Mathematisches Institut
der Universität München

Ludwig-Maximilians-Universität München

Professor Dr. Günther Kraus
Mathematisches Institut, Theresienstraße 39, D–80333 München

Übungen zur Vorlesung
Differential- und Integralrechnung III (Kraus)
Wintersemester 2007/08, Blatt 1, 18. Oktober 2007

1. Eine Teilmenge $A \subset \mathbb{R}^n$ heißt *Nullmenge*, wenn es zu jedem $\varepsilon > 0$ eine Folge $(R_1, R_2, \ldots)$ von n-dimensionalen Quadern gibt mit

   (a) $A \subset \cup_{i=1}^{\infty} R_i$

   (b) $\sum_{i=1}^{\infty} |R_i| < \varepsilon$

   Man zeige

   (a) Eine abzählbare Vereinigung von Nullmengen ist wieder eine Nullmenge.

   (b) Eine kompakte Nullmenge ist vernachlässigbar.

2. Man zeige: Jeder Quader im $\mathbb{R}^n$ ist konvex, d.h., er enthält mit zwei Punkten stets auch die Verbindungsstrecke.

3. Sei $A \subset \mathbb{R}^n$ eine Teilmenge, $x \in \mathring{A}$ und $y \in \mathbb{R}^n \setminus A$. Man zeige: Die Verbindungsstrecke von x und y trifft den Rand ∂A von A.

4. Sei $A \subset \mathbb{R}^n$ eine zulässige Teilmenge und $S \subset \mathbb{R}^n$ ein Quader. Man zeige, daß genau eine der folgenden Aussagen richtig ist:

   (a) $S \subset \mathring{A}$.

   (b) $S \cap \partial A \neq \emptyset$.

   (c) $S \subset \mathbb{R}^n \setminus A$.

5. (Staatsexamen Frühjahr 2001)

   Für $n \in \mathbb{N}$ sei $B_n := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x \leq n \text{ und } y^2 + z^2 \leq \frac{1}{x^2}\}$. Man zeige:

   Die Folge der Volumina $(|B_n|)_{n \in \mathbb{N}}$ ist beschränkt.

0

Haus– und Postanschrift:
Theresienstraße 39
D–80333 München

Telefon: 0 89 / 2180 - 4402
Telefax: 0 89 / 280 52 48
Telex: 5 29 815 UNIVM D
email: kraus@rz.mathematik.uni-muenchen.de

Straßenbahn
Linie 27
Haltestelle Pinakothek