MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. Günther Kraus

SoSe 2007
Blatt 13
11.07.2007

Übungen zur Vorlesung
Differential– und Integralrechnung II (NV)

49. Es sei $f : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{x-y}{(x+y)^3}, & \text{falls } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{falls } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Man zeige, dass f in $(0,0)$ nicht stetig ist, indem man

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)dx \right) dy \neq \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)dy \right) dx$$

bestätige.

50. *(Staatsexamen Frühjahr 2000.)* Gegeben sei das Rechteck

$$R := [-1,1] \times [-1,1] \subset \mathbb{R}^2$$

sowie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) := \sqrt{1 + x^4 y^4}.$$

Man berechne das Integral

$$\int_R \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x,y) d(x,y).$$

51. *(Staatsexamen Herbst 2004.)* In der (x,y)-Ebene sei M das von den Geraden $x + y = \sqrt{2}$ und $-x + y = \sqrt{2}$ und dem oberen Bogen des Einheitskreises $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 = 1\}$ begrenzte Gebiet.

   a) Man skizziere M.
   b) Man berechne die Fläche von M.
   c) Man berechne durch Integration das Volumen des Körpers, der durch Rotation von M um die y-Achse entsteht.

52. *(Staatsexamen Herbst 1993.)* Seien a und b positive reelle Zahlen. Man berechne mit Hilfe der Koordinatentransformation $x = ra\cos\varphi$ und $y = rb\sin\varphi$ das Integral

$$\int_B \exp\left(-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) d(x,y)$$

mit

$$B := \{(x,y) \in \mathbb{R} | \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}.$$

Jede Aufgabe zählt 4 Punkte.

Abgabe bis Mittwoch, den 18. Juli 2007, 11^{15} Uhr (Kästen vor der Bibliothek oder in der Vorlesung).