

## Übungen zur Vorlesung Differential- und Integralrechnung II (NV)

45. Berechnen Sie

a)

$$\int_0^2 \left( \int_0^1 x - x^2 y dx \right) dy,$$

b)

$$\int_0^1 \left( \int_0^2 x - x^2 y dy \right) dx$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit a).

46. (*Staatsexamen Frühjahr 2001.*) Man berechne für die Menge

$$B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \leq 1\}$$

das Integral

$$\int_B e^{x+y} d(x, y).$$

(*Hinweis: Skizzieren Sie zunächst B.*)

47. Berechnen sie das Volumen der Einheitskugel

$$S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\},$$

indem Sie in  $z$ -Richtung von  $-1$  bis  $1$  über die Flächen der Kreise mit Radius  $\sqrt{1 - z^2}$  integrieren.

(*Hinweis: Skizze.*)

48. (*Staatsexamen Herbst 1997.*) Gegeben seien

$$K_0 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

und

$$K_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x - 1)^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Man bestimme das Volumen von  $K_0 \cap K_1$  durch Berechnung eines Integrals.

(*Hinweis: Skizze.*)

Jede Aufgabe zählt 4 Punkte.

**Abgabe** bis Mittwoch, den 11. Juli 2007, 11<sup>15</sup> Uhr (Kästen vor der Bibliothek oder in der Vorlesung).