

Übungen zur Vorlesung Differential- und Integralrechnung I (NV)

41. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^{x+1}}{e^x + 1}.$$

- Zeigen Sie, dass f streng monoton wächst,
- berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ und bestimmen Sie den Wertebereich W von f .
- Warum ist f umkehrbar? Geben Sie die Umkehrfunktion explizit an.

6 Punkte

42. Gegeben sei die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \ln \frac{x+4}{4x-1} + \ln \frac{x+2}{3x} + \ln 3.$$

- Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge D von f ,
- untersuchen Sie das Verhalten von f am Rand von D und
- bestimmen Sie alle Nullstellen von f .

7 Punkte

43. Zeigen Sie:

- Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0,$$

-

$$\lim_{x \searrow 0} x \ln x = 0.$$

4 Punkte

44. Zeigen Sie:

-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0,$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x} = 1.$$

(Verwenden Sie auch hier $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = \infty$)

4 Punkte

Abgabe bis Mittwoch, den 17. Januar 2007, 11¹⁵ Uhr (Kästen vor der Bibliothek oder in der Vorlesung).

Übungen Alexander Böhm, Mittwoch 13⁰⁰ Uhr, B040,
Volker Wittmann, Mittwoch 16¹⁵ Uhr, B004,
Daniel Bembé, Freitag 9¹⁵ Uhr, B004,
Sprechstunden jeweils nach den Übungen,
Sprechstunde Prof. Kraus Mittwoch und Freitag 13¹⁵ Uhr, 401.