

Sommersemester 2019

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 13

Prof. Dr. K. Panagiotou/S. Reisser

Die Aufgaben werden in der Übung am 22.7. besprochen.

Aufgabe 1

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass die Aussage des counting lemmas für Dreiecke qualitativ auch dann gilt, wenn nur 2 der drei Paare ε -regulär sind.

Sei $0 < \varepsilon < 1/3, \delta > 4\varepsilon$. Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit $3n$ Knoten, wobei $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$ mit $|V_1| = |V_2| = |V_3| = n$. Ferner

- seien die Paare $(V_1, V_2), (V_1, V_3)$ ε -regulär und
- $d(V_i, V_j) \geq \delta, 1 \leq i < j \leq 3$.

Zeigen Sie: es gibt eine Konstante $C = C(\varepsilon, \delta) > 0$ so dass G mindestens Cn^3 K_3 's enthält.

Aufgabe 2

Sei $\varepsilon > 0$. Zeigen Sie: es gibt $n_0 \in \mathbb{N}$ so dass jeder Graph G mit $n \geq n_0$ Knoten und der Eigenschaft, dass jede Kante in G in genau einem Dreieck enthalten ist, höchstens εn^2 Kanten hat.

Aufgabe 3

Sei $\varepsilon > 0$. Zeigen Sie, dass es ein $n_0 \in \mathbb{N}$ und ein $\delta > 0$ mit folgenden Eigenschaften gibt. Sei G ein Graph mit $v(G) = n \geq n_0$ und $e(G) \geq (1/4 + \varepsilon)n^2$. Dann hat G mindestens δn^3 Dreiecke.

Aufgabe 4

Sei $0 < \varepsilon < 1, \delta > 2\sqrt{\varepsilon}$. Sei (V_1, V_2) ε -regulär mit $d(V_1, V_2) \geq \delta$. Zeigen Sie, dass für jede Menge $V'_1 \subseteq V_1, |V'_1| \geq 2\sqrt{\varepsilon}n$

$$|N(V'_1) \cap V_2| \geq \left(1 - \frac{2\varepsilon}{\delta + \varepsilon}\right)n.$$