

Sommersemester 2019

## Diskrete Mathematik

### Übungsblatt 12

Prof. Dr. K. Panagiotou/S. Reisser

Die Aufgaben werden in der Übung am 15.7. besprochen.

#### Aufgabe 1

Sei  $X$  die Anzahl der  $C_4$ 's im  $G_{n,p}$ , wobei  $p = c/n$ ,  $c > 0$ . Bestimmen Sie mit Janson's Ungleichungen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(X = 0), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(X = 1).$$

#### Aufgabe 2

Sei  $X$  die Anzahl der  $K_4$ 's im  $G_{n,p}$ , wobei  $p = cn^{-2/3}$ ,  $c > 0$ . Bestimmen Sie mit Janson's Ungleichungen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(X = 1).$$

#### Aufgabe 3

Sei  $X$  die Anzahl der  $K_3$ 's und die Anzahl der  $K_4$ 's im  $G_{n,p}$ , wobei  $p = c/n$ ,  $c > 0$ . Bestimmen Sie mit Janson's Ungleichungen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(X = 0).$$

#### Aufgabe 4

Eine *Trisektion* ist eine Partition  $(A, B, C)$  einer Menge  $[n]$ , so dass  $|A| = |B| = |C| = n/3$ . Sei  $n = 3k$  für  $k \in \mathbb{N}$ . Für einen Graph  $G$  sei  $e_G(A, B, C) = e_G(A, B) + e_G(A, C) + e_G(B, C)$ .

- Zeigen Sie: Die Anzahl aller möglichen Trisektionen ist höchstens  $3^n$ .
- Zeigen Sie, dass im  $G_{n,1/2}$  mit hoher Wahrscheinlichkeit für alle Trisektionen  $(A, B, C)$

$$e(A, B, C) \geq n^2/12.$$

#### Aufgabe 5

Sei  $G$  ein Graph,  $\varepsilon > 0$ .

- Seien  $A, B \subset V(G)$  disjunkt mit  $d(A, B) < \varepsilon^3$ . Zeigen Sie, dass das Paar  $(A, B)$   $\varepsilon$ -regulär ist.
- Sei  $e(G) \leq \varepsilon^4 n^2$  Kanten. Zeigen Sie, dass jede equitable Partition  $\varepsilon$ -regulär ist.