Sommersemester 2019

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 8

Prof. Dr. K. Panagiotou/S. Reisser

Die Aufgaben werden in der Übung am 17.6. besprochen.

Aufgabe 1

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph. Zeigen Sie:

a) Falls zusätzlich $|E| = |V| - 1$, dann $\chi(G) \in \{1, 2\}$.

b) Falls zusätzlich $|E| = |V|$, dann $\chi(G) \in \{2, 3\}$.

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie: jeder Graph G hat eine $\chi(G)-$Färbung, in der eine Farbklasse $\alpha(G)$ Knoten enthält.

Aufgabe 3

Ein *Intervallgraph* $G = (V, E)$ hat Knotenmenge $V = (I_1, I_2, \ldots, I_n)$, wobei jedes I_j ein Intervall $[a_j, b_j] \subset \mathbb{R}$ ist, und $I_i I_j \in E$ genau dann, wenn $I_i \cap I_j \neq \emptyset$.

Sei G ein Intervallgraph. Zeigen Sie, dass $\chi(G) = \omega(G)$.

Aufgabe 4

In dieser Aufgabe soll die Güte des Greedy Algorithmus untersucht werden.

a) Zeigen Sie: es gibt ein $C > 0$ so dass für jedes $n \geq 2$ ein Baum T mit $v(T) = n$ und eine Permutation π von $V(T)$ existieren, so dass $\chi_g(T, \pi) \geq C \log n$.

b) Zeigen Sie: es gibt ein $C > 0$ so dass für jedes $n \geq 2$ ein bipartiter Graph G mit $v(G) = 2n$ und eine Permutation π von $V(G)$ existieren, so dass $\chi_g(G, \pi) \geq Cn$.

Aufgabe 5

Seien $T_i = (V, E_i)$, $1 \leq i \leq k$, Wälder und $G = (V, E_1 \cup \cdots \cup E_k)$. Zeigen Sie. dass $\chi(G) \leq 2k$.

Aufgabe 6

Sei G ein Graph mit der Eigenschaft, dass jedes Paar von ungeraden Kreisen in G einen nicht-leeren Schnitt hat. Zeigen Sie, dass $\chi(G) \leq 5$.

Hinweis. Die chromatische Zahl von bipartiten Graphen ist $\leq$ *....*