Sommersemester 2016

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 8

Prof. K. Panagiotou/K. Matzke

Die Aufgaben werden in der Übung am 10.06. besprochen.

Aufgabe 1

In der Vorlesung wurde gezeigt, wie der *Prüfer-Code* eines Baumes berechnet werden kann. Zeigen Sie, wie man aus einem gegebenen Code den zugehörigen Baum rekonstruieren kann.

Aufgabe 2

Charakterisieren Sie alle Bäume mit Knotenmenge $[n]$, die die Eigenschaft haben, dass es $1 \leq i < j \leq n$ gibt, so dass der Prüfercode nur die Zahlen i und j enthält.

Aufgabe 3

Seien $n_1, \ldots, n_k \in \mathbb{N}$. Sei G ein Graph mit $k \geq 1$ Komponenten $G_1, \ldots, G_k$, so dass $v(G_i) = n_i$. Ein Graph $H = (V(G), E)$ heisst eine *zusammenhängende Erweiterung* von G, falls

- $G \subseteq H$,
- H ist zusammenhängend.

Der Graph H heisst *minimal*, falls er unter allen zusammenhängenden Erweiterungen von G eine kleinste Anzahl von Kanten hat.

a) Charakterisieren Sie alle minimalen zusammenhängenden Erweiterungen von G.
Hinweis: Betrachten Sie einen Graph H', so dass $V(H') = \{G_1, \ldots, G_k\}$. Welche Eigenschaften hat H'?

b) Zeigen Sie: Die Anzahl minimaler zusammenhängender Erweiterungen von G ist

$$\left(\prod_{i=1}^{k} n_i\right)\left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^{k-2}.$$

Aufgabe 4

Sei G ein Graph mit $\delta(G) \geq |V(G)|/2 + t$, wobei $0 \leq t < |V(G)|/2 - 1$. Zeigen Sie, dass $\kappa(G) \geq 2t + 2$. Ist die Voraussetzung an G bestmöglich?

Aufgabe 5

Was ist der Knotenzusammenhang von $Q_d, d \in \mathbb{N}$? (Siehe A3 in Blatt 7 für die Definition von Q_d.)

Aufgabe 6

Sei $k \geq 2$ und G ein k-zusammenhängender Graph mit $\geq 2k$ Knoten. Zeigen Sie, dass G einen Kreis mit mindestens $2k$ Knoten enthält.