

Sommersemester 2016  
**Diskrete Mathematik**  
Übungsblatt 7  
Prof. K. Panagiotou/K. Matzke

Die Aufgaben werden in der Übung am 03.06. besprochen.

**Aufgabe 1**

Sei  $G$  ein Graph mit  $\delta(G) \geq 2$ . Zeigen Sie:  $G$  enthält einen  $P_\ell$  und einen  $C_{\ell+1}$  mit  $\ell \geq \delta(G)$ .

**Aufgabe 2**

Finden Sie eine Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , so dass

- jeder Graph  $G$  mit  $n$  Knoten und  $\delta(G) \geq f(n)$  zusammenhängend ist und
- ein Graph  $G$  mit  $n$  Knoten und  $\delta(G) = f(n) - 1$  existiert, der nicht zusammenhängend ist.

**Aufgabe 3**

Sei  $d \in \mathbb{N}$ . Der Hyperwürfel  $Q_d$  der Ordnung  $d$  ist ein Graph mit Knotenmenge  $V_d = \{0, 1\}^d$  und Kantenmenge

$$E_d = \left\{ (u_1, \dots, u_d)(v_1, \dots, v_d) \in \binom{V_d}{2} : u_i = v_i \text{ für alle außer genau ein } i \in [d] \right\}.$$

Zeichnen Sie  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ . Wieviele Kanten hat  $Q_d$ ?

**Aufgabe 4**

In der Vorlesung haben wir gesehen, dass jeder Baum  $T = (V, E)$ , wobei  $|V| \geq 2$ , mindestens zwei Blätter hat. Zeigen Sie, dass die Anzahl der Blätter in jedem Baum  $T$  mit  $|V| \geq 2$  gegeben ist durch

$$2 + \sum_{v \in V, d_T(v) \geq 3} (d(v) - 2).$$

**Aufgabe 5**

Bestimmen Sie die Anzahl der Bäume mit Knotenmenge  $[n]$ , die die Kante  $\{1, 2\}$  *nicht* enthalten.

**Aufgabe 6**

Beweisen oder widerlegen Sie: ein Graph  $G$  ist genau dann ein Baum, wenn  $G$  kreisfrei ist und  $e(G) = v(G) - 1$ .

**Aufgabe 7**

Ein *gewurzelter Wald* ist eine Menge gewurzelter Bäume. Bestimmen Sie die Zahl der gewurzelter Wälder mit  $n$  Knoten.