

## Computergestützte Mathematik

### Aufgabe 6.1: Funktionen und Funktionsgraphen

- Bestimmen Sie das quadratische Polynom  $p(x) = ax^2 + bx + c$ , das durch die Bedingungen  $p(1) = 1$ ,  $p(2) = p(0)$  und  $p(3) = 2p(4)$  eindeutig bestimmt wird, und stellen Sie es im Intervall  $[-1, 5]$  grafisch dar.
- Gegeben sei die Funktionenfolge  $f_n(x) := \frac{x}{n} \exp(-\frac{x}{n})$ . Plotten Sie die Graphen von  $f_1, f_2, \dots, f_{20}$  für  $x \in [0, 10]$  in ein gemeinsames Koordinatensystem. (*Hinweis:* Verwenden Sie `seq`.)  
Erstellen Sie anschließend eine Animation, welche die 20 Funktionsgraphen hintereinander zeigt.
- Es seien die Funktionen  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = 2x + y$  und  $g: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x, y) := \frac{xy}{x^2 + y^2}$  gegeben. Stellen Sie die Graphen der Funktionen  $f + 5g$ ,  $f \cdot g$ ,  $(x, y) \mapsto g(2x, 3y)$  sowie  $t \mapsto g(\cos(t), \sin(t))$  auf geeigneten Intervallen grafisch dar.

### Maple-Aufgabe 6.2: Listen und Mengen

Ist  $(p_k)_{k \in \mathbb{N}} = (2, 3, 5, 7, 11, \dots)$  die Folge der Primzahlen, dann heißt die Differenz  $p_{k+1} - p_k$  die  $k$ -te *Primzahllücke*. In Maple kann  $p_k$  mit `ithprime(k)` berechnet werden.

- Erstellen Sie eine Liste der ersten 500 Primzahlen. Berechnen Sie daraus eine Liste  $L$  der ersten 499 Primzahllücken und stellen Sie diese mit dem Befehl `listplot` grafisch dar.
- Verwandeln Sie dann  $L$  in eine Menge, um zu sehen, welche Zahlen als Primzahllücken vorkommen. Wie groß ist also die größte Lücke im betrachteten Bereich?
- Bestimmen Sie die Schnittmenge der Menge aus b) und der Menge  $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 10\}$ , um zu sehen, welche Quadratzahlen als Primzahllücken vorkommen.