Computergestützte Mathematik

Aufgabe 11.1: Bearbeiten und Plotten von Datensätzen
Bei dem eingebauten Dataframe `iris` wurde bei 150 Iris-Exemplaren aus drei verschiedenen Arten (`Species`) unter anderem die Länge S der Kelchblätter (`Sepal.Length`) und der Länge P der Kronblätter (`Petal.Length`) gemessen.

a) Berechnen Sie Mittelwert, Median und Standardabweichung von S.

b) Erstellen Sie ein Histogramm für S und für P.

c) Berechnen Sie die Standardabweichung von S innerhalb der Art `virginica`.

d) Zeichnen Sie ein Streudiagramm mit S auf der waagrechten und P auf der senkrechten Achse. Sie erkennen darin klar zwei verschiedene Populationen. Berechnen Sie die mittlere Länge der Kronblätter P für die größere Population.

Aufgabe 11.2: Approximation der Binomialverteilung
Die Binomialverteilung mit Parametern $n \in \mathbb{N}$ und $p \in [0, 1]$ lässt sich für „große“ n durch eine Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu = np$ und Varianz $\sigma^2 = np(1 - p)$ approximieren. Plotten Sie für $n = 50$ und $p = 0.4$ die (diskrete) Binomialdichte `dbinom` zusammen mit der entsprechenden (stetigen) Normalverteilungsdichte `dnorm` im Bereich $x \in [0, n]$.

Aufgabe 11.3: Gestörte Kreisbahn
Wir beobachten ein Teilchen bei einer Bewegung auf einer Kreisbahn mit zufälligen Störungen. Zu den Zeitpunkten $j = 1, 2, \ldots, 100$ sei seine Position (x_j, y_j) gegeben durch

$$\begin{aligned} x_j &= \cos(j) + \sigma\, u_j \\ y_j &= \sin(j) + \sigma\, v_j \end{aligned}$$

mit standardnormalverteilten Zufallszahlen u_j, v_j und $\sigma = 0.1$.

a) Plotten Sie die Punkte (x_j, y_j), $j = 1, 2, \ldots, 100$.

b) Zeichnen Sie in die Grafik aus Teil a) den Einheitskreis als Kurve $(\cos(t), \sin(t)), t \in [0, 2\pi]$ mit ein.

c) Bestimmen Sie, wie viele der 100 Punkte (x_j, y_j) innerhalb des Einheitskreises liegen, also die Bedingung $x_j^2 + y_j^2 < 1$ erfüllen.