

## Computergestützte Mathematik

**Aufgabe 10.1: Eine Funktion für die Stichprobenstandardabweichung**  
Schreiben Sie eine Funktion `sddev(x)`, die die Stichprobenstandardabweichung

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{mit} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

eines Datenvektors  $x = (x_1, \dots, x_n)$  berechnet. Wenden Sie diese Funktionen auf einen Vektor von 10000 normalverteilten Zufallszahlen mit Mittelwert 5 und Standardabweichung 2 an und vergleichen Sie mit der eingebauten Funktion `sd(x)`.

### Aufgabe 10.2: Grafik

- Vergleichen Sie die Verteilungsfunktion der Standard-Cauchy-Verteilung (`pcauchy`) mit der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung grafisch auf dem Intervall  $[-10, 10]$ .
- Die Dichte der zweidimensionalen Standardnormalverteilung ist  $f(x, y) = \phi(x)\phi(y)$ , wobei  $\phi$  die Dichte der eindimensionalen Standardnormalverteilung bezeichnet. Stellen Sie  $f$  im Bereich  $x, y \in [-3, 3]$  grafisch dar.

### Aufgabe 10.3: Brownsche Bewegung

Schreiben Sie eine Funktion `brownianmotion(N, T=1)`, die eine zwispaltige Matrix

$$\begin{pmatrix} t_0 & x_0 \\ t_1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ t_N & x_N \end{pmatrix}$$

zurückgibt. Der Zeitvektor ist durch  $t_k = kh$  mit  $h = \frac{T}{N}$  gegeben. Die diskretisierte Brownsche Bewegung mit  $x_0 = 0$  ist durch

$$x_k = \sqrt{h} \sum_{j=1}^k z_j \quad \text{für } k = 1, \dots, N$$

gegeben, wobei die  $z_j$  unabhängige standardnormalverteilte Zufallszahlen sind. Plotten Sie einige Verläufe der Brownschen Bewegung.