

Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

Beispielaufgaben für Tutorien, Woche 7

T6.1 Seien $a_i \in \mathbb{R}$ für alle $i \in \mathbb{N}$.

- (i) Formulieren Sie eine Konvergenzbedingung für die Reihe $\sum_{j=0}^{\infty} a_j$ ausgehend von der Bedingung, dass die Folge $(s_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ der Partialsummen $s_n = \sum_{j=0}^n a_j$ eine Cauchy Folge ist.
- (ii) Können Sie mithilfe dieser Bedingung von der Konvergenz der Reihe $\sum_{j=0}^{\infty} |a_j|$ auf die Konvergenz der Reihe $\sum_{j=0}^{\infty} a_j$ schließen?

T6.2 Sei die Reihe $\sum_{j=0}^{\infty} a_j$ konvergent beziehungsweise divergent. Konvergiert beziehungsweise divergiert dann auch die Reihe $\sum_{j=0}^{\infty} p a_j$ für beliebiges $p \in \mathbb{R}$?

T6.3 Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ von reellen Zahlen $a_n \in \mathbb{R}$ sei konvergent mit $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$. Konvergiert dann auch

- (i) die Folge $(|a_n|)_{n \in \mathbb{N}_0}$,
- (ii) die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$,
- (iii) die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$?

T6.4 Untersuchen Sie, ob der Ausdruck

$$f(n) := \left(\frac{(n^2 + 2n)(n^2 - 1)}{2n + 2} - 2n \right) \left(n - \frac{2n^2 + 24n}{8n + 6} \right)$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ das gleiche Vorzeichen besitzt, also ob immer $f(n) \geq 0$ oder $f(n) \leq 0$ gilt.