

## Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

### Übungsaufgaben, Woche 1

1.1 (8 Punkte) Seien  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  Aussagen.

(a) Erstellen Sie die Wahrheitstafel für  $(\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \wedge \neg(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$ .

(b) Überprüfen Sie, ob für alle Aussagen  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  die folgenden Äquivalenzen gelten:

(i)  $\neg(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Leftrightarrow \neg\mathcal{A} \wedge \neg\mathcal{B}$

(ii)  $\mathcal{A} \wedge (\mathcal{B} \vee \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \vee (\mathcal{A} \wedge \mathcal{C})$

(iii)  $\mathcal{A} \wedge (\mathcal{B} \vee \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \vee \mathcal{C}$

(c) Vereinfachen Sie die folgenden logische Ausdrücke durch Umformen und begründen Sie die einzelnen Schritte:

(i)  $\mathcal{A} \wedge \mathcal{B} \wedge \neg\mathcal{A}$

(ii)  $\mathcal{A} \wedge \mathcal{B} \vee \mathcal{A} \wedge \neg\mathcal{B}$

1.2. (5 Punkte) (a) Formalisieren Sie wie im aufgeführten Beispiel die untenstehenden Aussagen (i)-(iii) als logische Ausdrücke.

**Beispiel:** “Der Mond scheint oder die Nacht ist dunkel.”

Aussage  $\mathcal{A} : \Leftrightarrow$  “Der Mond scheint.”

Aussage  $\mathcal{B} : \Leftrightarrow$  “Die Nacht ist dunkel.”

Formalisiert:  $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$

(i) “Der Hund ist schwarz, und die Katze ist grau.”

(ii) “Der Hund ist schwarz, und die Katze ist grau, oder weder der Hund ist schwarz noch die Katze ist grau.”

(iii) “Wenn die Katze grau ist, dann ist der Hund nicht schwarz.”

(b) Sokrates sagt: “Wenn ich schuldig bin, dann muss ich bestraft werden. Ich bin nicht schuldig. Also muss ich nicht bestraft werden.” Überprüfen Sie durch Formalisierung, ob die Argumentation des Sokrates logisch korrekt ist.

1.3. (4 Punkte) Aladin ist in einem Raum mit zwei Türen gefangen, wobei die linke Tür die Aufschrift trägt “Mindestens eine der beiden Türen führt in die Freiheit“, während die rechte Tür die Aufschrift trägt “Die linke Tür führt ins Verderben“. Aladin weiss, dass eine von den Türen in die Freiheit, die andere aber ins Verderben führt. Des weiteren weiss er, dass nur eine von den folgenden zwei Möglichkeiten zutrifft: Entweder sind beide Aufschriften wahr, oder beide Aufschriften sind falsch. Finden Sie durch Formalisieren und Auswertung des resultierenden logischen Ausdruckes heraus, ob es für Aladin einen sicheren Weg in die Freiheit gibt, und durch welche Tür er führt.

1.4. (7 Punkte) Ein Schaltelement  $S$  mit zwei Eingängen  $\mathcal{A}_1$  und  $\mathcal{A}_2$  und einem Ausgang  $\mathcal{B}$  zeigt das folgende Verhalten:

$\mathcal{A}_1$	$\mathcal{A}_2$	$\mathcal{B}$
$w$	$w$	$f$
$w$	$f$	$w$
$f$	$w$	$w$
$f$	$f$	$f$

Beschreiben Sie dieses Schaltverhalten durch eine logische Gleichung, welche  $\mathcal{B}$  durch  $\mathcal{A}_1$  und  $\mathcal{A}_2$  ausdrückt und in welcher nur die Junktoren  $\wedge$  und  $\neg$  verwendet werden. Das heißt, konstruieren Sie das Schaltelement  $S$  mithilfe von AND- und NOT-Gattern.

Für alle Aufgaben gilt: Begründen Sie jeden Schritt in Ihren Lösungen!

Abgabe in den entsprechenden und gekennzeichneten Abgabekästen im ersten Stock des Mathematischen Institutes (in der Nähe des Bibliotheeingangs).