



Prof. Dr. Werner Bley
Martin Hofer

Sommersemester 2019
8. Mai 2019

Höhere Algebra Übungsblatt 3

Alle Ringe auf diesem Übungsblatt sind kommutativ.

Aufgabe 1 (3 Punkte).

Sei p eine Primzahl. Bestimmen Sie $\mathbb{Z}_{(p)}^\times$, sowie alle Ideale von $\mathbb{Z}_{(p)}$.

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Sei $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$. Zeigen Sie:

- $P = 3\mathbb{Z} + (1 + \sqrt{-5})\mathbb{Z}$ ist ein Primideal in R .
- P ist kein Hauptideal.
- P_P ist ein Hauptideal in R_P .

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Sei R ein Ring und $\mathfrak{m} \subseteq R$ ein maximales Ideal. Zeigen Sie:

$$R/\mathfrak{m} \simeq R_{\mathfrak{m}}/\mathfrak{m}R_{\mathfrak{m}}.$$

Gilt dies auch für Primideale?

Aufgabe 4 (4 Punkte).

Sei R ein Ring. Für einen R -Modul M und $f \in R \setminus \{0\}$ sei $M[f^{-1}]$ die Lokalisierung von M nach der Menge $\{f^k \mid k \in \mathbb{N}_0\}$. Zeigen Sie die Äquivalenz der beiden folgenden Aussagen:

- $R = (f_1, \dots, f_m)$,
- $M = 0 \iff M[f_i^{-1}] = 0$ für $i = 1, \dots, m$.

Ihre Lösungen sind spätestens am **Freitag, 17. Mai 2019** um **10:00 Uhr** in den Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Es gibt keinen Notenbonus für diese Veranstaltung. Die erreichten Punkte bei der Korrektur dienen lediglich zu Ihrer Information.