LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Prof. Dr. Werner Bley
Martin Hofer

Sommersemester 2019
25. April 2019

Höhere Algebra
Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte).
Sei $R := k[X_1, \ldots, X_n]$ und $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$ Ideale in R. Zeigen Sie:

a) $Z(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}) = Z(\mathfrak{a}) \cap Z(\mathfrak{b})$,

b) $Z(\mathfrak{a}\mathfrak{b}) = Z(\mathfrak{a}) \cup Z(\mathfrak{b})$.

Aufgabe 2 (2 Punkte).
Sei $Y = Z(x^2 - y, y + x^2 - 4) \subseteq \mathbb{C}^2$, also die affine algebraische Menge zu $\{x^2 - y, y + x^2 - 4\}$. Zeigen Sie: $Y = \{(\pm\sqrt{2}, 2)\}$.

Aufgabe 3 (6 Punkte).
Sei k ein Körper mit $\mathrm{char}(k) = 0$ und $\mathcal{T} := \{k^n \setminus Z(I) \mid I \subseteq k[x_1, \ldots, x_n] \text{ ein Ideal}\}$.

a) Zeigen Sie: Durch $\mathcal{T}$ wird eine Topologie auf dem affinen Raum k^n über k definiert. Diese Topologie heißt *Zariski-Topologie*.

b) Beschreiben Sie alle Zariski-offenen Mengen im affinen Raum $\mathbb{A}^1(k)$. Ist $\mathbb{A}^1(k)$ haussdorffsch bezüglich der Zariski-Topologie?

Ihre Lösungen sind spätestens am **Freitag, 3. Mai 2019** um **10:00 Uhr** in den Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Es gibt keinen Notenbonus für diese Veranstaltung. Die erreichten Punkte bei der Korrektur dienen lediglich zu Ihrer Information.