LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Prof. Dr. Werner Bley
Martin Hofer

Sommersemester 2019
6. Juni 2019

Höhere Algebra - Tutorium 6

Alle Ringe auf diesem Tutoriumsblatt sind kommutativ.

Aufgabe 1
Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a) Nicht jede Potenz von Primidealen ist ein Primärideal.
Hinweis: $R = k[x,y,z]/(xy - z^2)$, $\mathfrak{p} = (\bar{x}, \bar{z})$ *mit k Körper.*

b) Nicht jedes Primärideal ist eine Potenz von Primidealen.
Hinweis: $R = k[x,y]$, $J = (x, y^2)$ *mit k Körper.*

c) Sei R ein Ring und $\sqrt{\mathfrak{a}} \subsetneq R$ ein maximales Ideal. Dann ist $\mathfrak{a}$ ein Primärideal.

Aufgabe 2
Sei k ein Körper und $I = (x^2, xy, y^2)$ ein Ideal in $k[x,y]$.
Zeigen Sie, dass I ein (x,y)-Primärideal ist.

Aufgabe 3
Sei A ein Ring und $\mathfrak{q} \subset A$ ein Primärideal. Seien zudem $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ Ideale in A mit $\mathfrak{ab} \subseteq \mathfrak{q}$.
Zeige: Ist $\mathfrak{b}$ endlich erzeugt, so gilt $\mathfrak{a} \subseteq \mathfrak{q}$ oder es gibt ein $n \in \mathbb{N}$ mit $\mathfrak{b}^n \subseteq \mathfrak{q}$.