



LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT



Prof. Dr. Werner Bley
Martin Hofer

Wintersemester 2018/19
23. Oktober 2018

Algebra

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (12 Punkte).

- a) Es sei G eine endliche abelsche Gruppe und 1 das neutrale Element der Gruppe.
Zeigen Sie:

$$\prod_{g \in G} g^2 = 1.$$

- b) Zeigen Sie, dass die Aussage für endliche nicht-abelsche Gruppen im Allgemeinen nicht gilt.
c) Sei G eine Gruppe und es gelte $a^2 = e$ für alle $a \in G$, wobei e das neutrale Element der Gruppe ist. Zeigen Sie: G ist abelsch.

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Sei G eine endliche Gruppe von gerader Ordnung und e das neutrale Element.

Zeigen Sie: Es gibt ein Element $a \neq e$ mit $a^2 = e$.

Hinweis: Man betrachte $a \sim b : \Leftrightarrow a = b$ oder $a = b^{-1}$.

Aufgabe 3 (6 Punkte).

Sei Q_8 die von den komplexen Matrizen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ erzeugte Gruppe, wobei $i^2 = -1$ gilt. Zeigen Sie: Q_8 ist eine nicht-abelsche Gruppe der Ordnung 8.

Aufgabe 4 (6 Punkte).

Bestimmen Sie sämtliche Untergruppen von Q_8 und D_4 . Sind Q_8 und D_4 isomorph?

Ihre Lösungen sind spätestens am **Donnerstag, 25. Oktober 2015** um **14:15 Uhr** in den Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe die Namen in leserlicher Form. Nur *geheftete* Abgaben werden bei der Korrektur berücksichtigt.