Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. Detlef Dürr

Wintersemester 2016/17
Blatt 3
31.10.2016

Übungen zur Stochastik

3.1 Betrachten Sie ein Spiel mit 2 Spielern und vier Karten, davon zwei unterschiedliche schwarze Karten, eine mit schwarzer Oberseite (S) und eine mit schwarzem Kreis (S_K), sowie zwei Karten mit grüner Oberseite G_1 und G_2. Der erste Spieler nimmt zwei Karten auf, der zweite Spieler soll raten, ob er beide schwarze Karten hat. Aber er darf vorher eine von zwei Fragen stellen:

1. Möglichkeit: Haben Sie eine schwarze Karte? Antwort: Ja!
2. Möglichkeit: Haben Sie die Karte mit schwarzem Kreis? Antwort: Ja!

Man berechne in beiden Fällen die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass Spieler 1 beide schwarze Karten hat!

3.2 In einem Glücksspiel werden drei Karten verwendet. Davon ist eine beidseitig rot, eine beidseitig schwarz und eine hat eine rote und eine schwarze Seite. Man zieht blind eine Karte und legt sie nieder. Wenn die sichtbare Seite rot ist, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die andere Seite schwarz ist?

3.3 Drei Leute A, B und C ziehen gemäß ihrer namentlichen Reihenfolge mit verbundenen Augen (die verbunden bleiben) aus einer Urne mit drei farblich (rot, blau, weiß) verschiedenen, sonst identischen Kugeln jeweils eine Kugel, die sie behalten. Weiß bedeutet Hauptgewinn.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass B einen Hauptgewinn hat?
Nach der Ziehung wird bekanntgegeben, dass C keinen Hauptgewinn hat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit nun, dass B einen Hauptgewinn hat?

(b) B bittet den Urnenmeister, ihm einen der beiden anderen zu nennen, der nicht den Hauptgewinn hat. Der Urnenmeister willigt ein und nennt C. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit nun, dass B einen Hauptgewinn hat? Nehmen Sie an, dass der Urnenmeister mit gleicher Wahrscheinlichkeit A oder C nennt, wenn B den Hauptgewinn hat!

(c) Nun betrachten wir ein etwas anderes Verfahren: Nur B darf eine Kugel ziehen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass B den Hauptgewinn gezogen hat?
Danach entfernt der Urnenmeister eine der verbliebenen nicht weißen Kugeln. B darf nun entweder noch einmal ziehen oder seine gezogene Kugel behalten. Was sollte B tun?

3.4 Zwei Würfel werden nacheinander geworfen. Man betrachte die Paare der Augenzahlen als Elementarereignisse und bewerte sie mit der Laplace-Wahrscheinlichkeit. Man finde Ereignisse A,B,C derart, dass jeweils zwei stochastisch unabhängig sind, aber nicht alle drei, d.h.

$$W(A \cap B \cap C) \neq W(A)W(B)W(C)\,.$$

Dann finde man ein Beispiel, in dem alle drei unabhängig sind!