

# Hyperbolische Flächen

SOMMERSEMESTER 2018

Geschlossene Flächen sind fundamentale und elementare Beispiele (zweidimensionaler) Mannigfaltigkeiten. Eine topologische Klassifikation dieser Flächen ist recht einfach – aber die Geometrie solcher Flächen ist sehr viel interessanter und subtiler. Besondere Bedeutung haben dabei Metriken, die die Krümmung gleichmäßig über die Fläche verteilen. In den meisten Fällen führt dies zu sogenannten *hyperbolischen Metriken*. Das Studium solcher Metriken ist gleichzeitig ein klassisches, wohlverstandenes mathematisches Thema und noch immer relevant für aktuelle Forschung in niedrigdimensionaler Geometrie und Topologie.

Im ersten Teil dieses Seminars werden wir topologische Grundlagen diskutieren und die topologische Klassifikation von Flächen besprechen. Im zweiten Teil studieren wir dann die Geometrie der hyperbolischen Ebene, und zeigen wie diese verwendet werden kann um jeder Fläche mit Geschlecht  $\geq 2$  eine hyperbolische Struktur zu geben. Wir diskutieren dann einige intrinsische geometrische Eigenschaften solcher hyperbolischer Flächen.

Das Seminar ist konzipiert als Ergänzung zur Vorlesung “Geometrie und Topologie von Flächen”.

## Literatur

- (1) Alan F. Beardon, “The Geometry of Discrete Groups”, Springer, 1983.
- (2) Peter Buser, “Geometry and Spectra of Compact Riemann Surfaces”, Birkhäuser, 1992.
- (3) K. und L. Habermann, “Seminar zur Topologie von Flächen”, <http://service.ifam.uni-hannover.de/~habermann/skripte/ps.ps>
- (4) Allen Hatcher, “Algebraic Topology”, Cambridge University Press, 2001.
- (5) J. Gallier, D. Xu, “A Guide to the Classification Theorem for Compact Surfaces”, Springer 2013.
- (6) William Thurston (edited by Silvio Levy), “Three-dimensional Geometry and Topology, Volume 1”, Princeton University Press, 1997.

**Nötige Vorkenntnisse:** Analysis, Lineare Algebra, Topologische Räume.

**Für:** Studierende der Mathematik (Bachelor, Master); ideal für Teilnehmer der “Geometrie und Topologie von Flächen”.

**Erstes Treffen zur Vorbesprechung:** Erste Semesterwoche zur Seminarzeit (11.4, 10:00)

**Anmeldung und Fragen:** per email an [hensel@math.lmu.de](mailto:hensel@math.lmu.de)

Vorträge (genaue Aufteilung wird sich vermutlich noch ändern!)

- (1) (vergeben) **Topologische Grundlagen I:** Mannigfaltigkeiten mit und ohne Rand, einige topologische Grundlagen.
  
- (2) (vergeben) **Flächen I:** Flächen durch Verkleben von Polygonen, Zellenkomplexe. Beispiele, Orientierbarkeit, verbundene Summe (Habermann-Skript 2.1, Gallier-Xu 6.1)
  
- (3) (vergeben) **Flächen II:** Triangulierungen und Euler-Charakteristik (Habermann 2.2, Thurston 1.3, +weitere Literatur)
  
- (4) (vergeben) **Flächen III:** Klassifikation geschlossener Flächen (Habermann 2.3, Gallier-Xu 6.1)
  
- (5) (vergeben) **Hyperbolische Geometrie I:** Die hyperbolische Ebene und ihre Geodätischen (Beardon 7.1-7.4)
  
- (6) (verändert) **Topologische Grundlagen II:** Die universelle Überlagerung (Hatcher 1.3). *Dieser Vortrag wird von mir gehalten*
  
- (7) (vergeben) **Geometrische Strukturen:**  $(G, X)$ -Strukturen, hyperbolische Flächen, universelle Überlagerungen hyperbolischer Flächen (Thurston 3.4).
  
- (8) (vergeben) **Trigonometrie:** Konstruktion von Polygonen, Winkelsummen, Existenz und Eindeutigkeit rechtwinkliger Hexagons (ausgewählte Themen aus Beardon 7.7-7.19, Buser Satz 2.4.2)
  
- (9) (vergeben) **Hyperbolische Flächen:** Hyperbolische Strukturen in jedem Geschlecht  $g \geq 2$ : Verklebungen von  $4g$ -gons oder Hosen (Buser 3.1.7 und Abschnitt 1.3)
  
- (10) (vergeben) **Geodätische auf hyperbolischen Flächen** Buser 1.6.6 und 1.6.7
  
- (11) (offen) **Der Kragensatz** Buser 3.1.8, 4.1; Existenz verschiedener hyperbolische Flächen desselben Geschlechts.