

Analysis für Informatiker und Statistiker
Prüfungsrelevante Inhalte

Prüfbar sind Formulierung und Anwendung von Sätzen und Definitionen (hier aufgelistet); Beweise der gelisteten Aussagen werden nicht abgefragt.

Logik, Mengen und Zahlen

- Begriffe und Symbolik der elementaren Mengenlehre und Logik: $\forall, \exists, \wedge, \vee, \cup, \cap, \emptyset, \{\dots\}, \Rightarrow, \Leftrightarrow$; Abbildungen, Injektivität, Surjektivität und Bijektivität
- \mathbb{N} und das Induktionsprinzip; \mathbb{Z}, \mathbb{Q} und elementare Arithmetik ($+, -, \cdot, /$)
- \mathbb{R} , Ordnung und Vollständigkeit; Intervallschreibweisen: $]a, b[$ bzw. (a, b) und $[a, b]$; \sup, \inf, \max, \min von Mengen; Wurzelfunktionen; \mathbb{C} ; Betragsfunktion; Dreiecksungleichung; Bernoulli-Ungleichung

Folgen und Reihen

- Folgen und Grenzwerte; \lim, \liminf, \limsup , Häufungspunkte und Satz von Bolzano-Weierstrass; Cauchy-Eigenschaft und Äquivalenz zur Existenz eines Grenzwertes; elementare Grenzwerte: $\lim_n \frac{1}{n} = 0, \lim_n x^n = 0$ für $|x| < 1, \lim_n \sqrt[n]{n} = 1$
- Grenzwertsätze für $+, -, \cdot, /, \leq, \geq$; Einschachtelungsprinzip; konvergente Folgen sind beschränkt; beschränkte monotone Folgen sind konvergent
- Reihen, gewöhnliche und absolute Konvergenz; absolute Konvergenz impliziert gewöhnliche Konvergenz; Majoranten-, Quotienten-, Wurzel- und Leibnizkriterium
- Potenzreihen; Bedeutung und Existenz des Konvergenzradius; Formel von Hadamard
- Geometrische Reihe; Divergenz der harmonischen Reihe

Stetigkeit und Differenzierbarkeit

- Stetigkeit von Funktionen; Satz über die Stetigkeit von $f+g, f-g, f \cdot g, f/g, f \circ g$; Stetigkeit von $x \mapsto x^n$ und $x \mapsto |x|$
- Zwischenwertsatz und Extremwertsatz (Satz 3.13)
- Differenzierbarkeit von Funktionen; differenzierbare Funktionen sind stetig; Summen-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel
- Mittelwertsatz und Taylor-Formel mit Lagrange-Restglied
- die Formel für die Ableitung von Umkehrfunktionen
- Standardfunktionen: \exp, \sin, \cos (definiert über Potenzreihen) und $x \mapsto x^n$; die Umkehrfunktionen \log, \arcsin, \arccos und $x \mapsto \sqrt[n]{x}$; ihre algebraischen Eigenschaften (Additionstheoreme und Periodizität); Differenzierbarkeit und Ableitungen

Integralrechnung

- Definition des Riemann-Integrals; Integrierbarkeit von stetigen und monotonen Funktionen
- Mittelwertsatz der Integralrechnung
- Hauptsatz der Integral- und Differentialrechnung
- Monotonie des Integrals ($f \leq g \Rightarrow \int f \leq \int g$, insbesondere $|\int f| \leq \int |f|$); Linearität des Integrals; Gebietsadditivität.

Anzahl der Aufgaben: Sie werden vier Aufgaben bekommen, aus denen Sie drei auswählen. Falls Sie alle vier Aufgaben bearbeiten, dann sollten Sie eine davon streichen, denn sonst werden nur die ersten drei Aufgaben bewertet.