

Dr. Ralf Gerkmann

# Orientierungsphase zum gymnasialen Lehramtsstudium Mathematik

- fachwissenschaftlicher Teil -



# Gliederung des Vortrags

- Aufbau des Studiums laut Studienordnung (Lehrveranstaltungen und Prüfungen)
- Einzelheiten zu Gestaltung und Ablauf
- Überblick zum Inhalt des fachwissenschaftlichen Teils
- „Tipps und Tricks“

# Aufbau des Studiums

## Neue Studienordnung seit dem Wintersemester 2021-22

- **Stärkung der Fachmathematik zur Verbesserung der Vorbereitung auf das Staatsexamen durch**
  - größeren zeitlichen Umfang der Einführungsveranstaltungen
  - Ausbau der Algebra und der Analysis
  - höheren Anteil von Bachelor-Vorlesungen
- **Verbesserungen in der Fachdidaktik durch**
  - mehr Wahlmöglichkeiten bei den Seminaren und im Freien Bereich
  - früher Praxisbezug (durch Praktika)
  - späterer Beginn der Didaktik-Ausbildung (erst ab dem 3. Semester, damit eine hinreichende fachwissenschaftliche Grundlage gewährleistet ist)

# Aufbau des Studiums

1. Sem.	Analysis und Lineare Algebra I (6 V + 2 Ü)	
2. Sem.	Analysis und Lineare Algebra II (6 V + 2 Ü)	
3. Sem.	Mehrdimensionale Analysis (4 V + 2 Ü)	Grundlagen der Mathematikdidaktik (2 V + 1 P)
4. Sem.	Funktionentheorie (4 V + 2 Ü)	Grundlagen der Mathematikdidaktik (Forts) (2 V)

(V = Vorlesung, Ü = Übung, P = Praktikum, S = Seminar)

# Aufbau des Studiums

5. Sem.	Algebra und Zahlentheorie (6 V + 2 Ü)	
6. Sem.	Algebra und Zahlentheorie (2 V + 1 Ü)	Gewöhnliche Differentialgleichungen (4 V + 2 Ü)
7. Sem.	Angewandte Mathematik (4 V + 2 Ü)	Vertiefung der Mathematikdidaktik (2 V <i>oder</i> 2 S)
8. Sem.	Geometrie (4 V + 2 Ü)	Vertiefung der Mathe- matikdidaktik (Forts.) (2 V <i>oder</i> 2 S)
9. Sem.	Stochastik für Lehramtsstudierende (4 V + 2 Ü)	freier Bereich

(V = Vorlesung, Ü = Übung, P = Praktikum, S = Seminar)

# Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

Eine Lerneinheit (Modul) des Fachstudiums setzt sich in der Regel aus folgenden Elementen zusammen:

- Vorlesung (4 oder 6 Stunden pro Woche)
- Tutorien (2 Stunden pro Woche)
- Globalübung (2 Stunden pro Woche)

# Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

- **Vermittlung neuer fachlicher Inhalte in den Vorlesungen**  
(hauptsächlich durch Tafelvortrag, vereinzelt auch durch Beamer-Präsentation)
- **Unterschiede zwischen Schulmathematik und wissenschaftlicher (universitärer) Mathematik:**
  - **mehr Teilgebiete, weitaus größerer inhaltlicher Umfang**  
(mehrdimensionale Analysis, kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume, algebraische Strukturen, Differentialgleichungen...)
  - **stärkeres Gewicht auf Bedeutung und allgemeine Konzepte gegenüber reinen Rechenverfahren**
  - **strukturiertes, hierarchisches Aufbau**  
(von einfachen Grundlagen und -begriffen hin zu anspruchsvollen Resultaten)
  - **präzise, logische Argumentation erforderlich**  
(Eine anschaulich-intuitive Argumentation ist zwar hilfreich für das Verständnis, hat aber keine Beweiskraft.)

# Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

- selbstständiges Erarbeiten des Vorlesungsstoffs in den wöchentlich stattfindenden **Tutorien** (durch Gruppenarbeit und / oder das Vorrechnen von Übungsaufgaben durch einzelne Teilnehmer oder Teams)
- Leitung in der Regel durch Studierende höherer Semester
- **Ziele der Tutoriumsarbeit:**
  - Verinnerlichung und Reflexion der Begriffe und Konzepte aus der Vorlesung
  - Erlernung des Umgangs mit mathematischer Notation, Erwerb der notwendigen Routine bei der Verwendung von Beweis- und Rechentechniken
  - Erkennung des Unterschieds zwischen intuitiv-anschaulicher und streng formal-logischer Argumentation

# Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

- Jede Woche werden Übungsaufgaben zur eigenständigen schriftlichen Bearbeitung gestellt.
- Diese werden dann nach Ablauf der Bearbeitungsfrist in der **Globalübung** vom Dozenten oder vom Assistenten der Vorlesung besprochen.
- In den ersten beiden Semestern ist die regelmäßige Bearbeitung der Übungsaufgaben für alle Teilnehmer **Pflicht** (Bestehung eines „Übungsmoduls“ erforderlich).
- In den höheren Semestern ist die Bearbeitung formal freigestellt, wird aber **dringend empfohlen**.

# Prüfungen (Fachstudium)

- **wichtig:** Die einzige zuverlässige Quelle bei Fragen zu Prüfungsangelegenheiten ist das Prüfungsamt:

<https://www.pani.pa.uni-muenchen.de>

Verlassen Sie sich bei diesem wichtigen Thema nicht auf „Hörensagen“ seitens Ihrer Kommilitonen oder anderer Studierender.

- Die **Klausuren** im Fachstudium Mathematik dauern in der Regel 90-180 Minuten (bei mir 120 Minuten). Eine Aufteilung in Teilklausuren ist möglich (im 1. Semester üblich).
- Die zugelassenen **Hilfsmittel** können je nach Dozent variieren (Taschenrechner, DIN A4-Blatt mit Notizen, möglicherweise auch nur ein Kugelschreiber).

# Prüfungen (Fachstudium)

- Für die Klausuren in den **höheren Semestern (!)** ist die Anzahl der Versuche nur durch die **Höchststudiendauer** beschränkt.
- Pro Jahr gibt es **zwei Möglichkeiten**, die Klausur zu einem Modul zu bestehen (Hauptklausur und Nachholklausur). In der Fachmathematik findet die **Hauptklausur** meistens am Ende der Vorlesungszeit, die **Nachholklausur** am Ende der darauffolgenden vorlesungsfreien Zeit statt.
- Besteht man Haupt- und Nachholklausur beide nicht, gibt es die nächste Möglichkeit also erst **knapp ein Jahr später**.

# wichtig: eingeschränkte Wiederholbarkeit

- Die Klausur zur „Analysis und Linearen Algebra I“ (Modul P1) muss im 1. Fachsemester angetreten und darf regulär nur **einmal** wiederholt werden, und zwar spätestens am Haupttermin des 3. Fachsemesters. Durch Nutzung des sog. **freien Prüfungsversuchs** kann die Wiederholbarkeit bei Nichtbestehen auf zwei Wiederholungsversuche erhöht werden.
- Den Anspruch auf einen Freiversuch erwerben Sie, indem Sie zum ersten regulären Termin, in Ihrem Fall zum Hauptklausurtermin im Wintersemester 2025-26, antreten (sich also nicht nur anmelden, sondern tatsächlich zur Klausur erscheinen). Sie haben dann insgesamt **drei Möglichkeiten**, die Klausur zu bestehen: die Hauptklausur im WiSe 2025-26, die unmittelbar darauf folgende Nachholklausur (Ende WiSe 25-26 oder Anfang SoSe 26) und die Hauptklausur im Wintersemester 2026-27

## wichtig: eingeschränkte Wiederholbarkeit

- Es ist **nicht** möglich, diese drei Möglichkeiten durch Nichtanmeldung zur Vorlesung oder zur Prüfung, oder durch Fernbleiben, zeitlich nach hinten zu verschieben. Dies würde nur dazu führen, dass die Möglichkeit des dritten Prüfungsversuchs **verfällt**.
- Wenn Sie dem Hauptklausurtermin im WiSe 25-26 fernbleiben, verlieren Sie Ihren Anspruch auf den Freiversuch. Sie hätten dann nur **eine einzige Möglichkeit**, den Modul P1 zu bestehen, nämlich **entweder** den Nachholtermin Ende WiSe 25-26 oder Anfang SoSe 26 oder spätestens den Hauptklausurtermin im WiSe 26-27. Bestehen Sie dann nicht, ist der Modul endgültig nicht bestanden und Ihr Studium im Fach Mathematik beendet.

## wichtig: eingeschränkte Wiederholbarkeit

- Eine analoge Regelung gilt für die „Analysis und Lineare Algebra II“ (Modul P3), nur mit dem Unterschied, dass Sie diese erstmals im 2. Fachsemester antreten müssen.
- Bei Nutzung der Freiversuchsregelung gibt auch hier genau drei Möglichkeiten, den Modul zu bestehen: die Hauptklausur im SoSe 26, die unmittelbar darauf folgende Nachholklausur (Ende SoSe 26 oder Anfang WiSe 26-27) und die Hauptklausur im SoSe 27.
- Auch hier ist eine zeitliches Verschieben der Möglichkeiten durch Nichtanmeldung oder Fernbleiben grundsätzlich **ausgeschlossen**.

# 1. Staatsprüfung (Fachstudium)

- Der fachwissenschaftliche Teil des **Schriftlichen Staats-examen** besteht aus zwei Klausuren (Analysis und Algebra).
- Die Bearbeitungszeit beträgt jeweils **4 Stunden**.
- Die Klausur ist unterteilt in **drei Aufgabengruppen** („Themen“) bestehend aus in der Regel jeweils 5 Aufgaben. Zu Beginn der Klausur muss man sich für ein Thema zur Bearbeitung entscheiden.
- Bestanden ist die Klausur in der Regel (mit mindestens der Note „ausreichend“), wenn etwas **mehr als ein Drittel** der Punkte erreicht wurden.

# Informationen zu Prüfungen im WWW

- **Prüfungsamt:**  
<https://www.pani.pa.uni-muenchen.de>
- **aktuelle Prüfungsordnung von 2021**  
[https://www.math.lmu.de/studium/lehramtsstudium/allgemein/la\\_allg.html](https://www.math.lmu.de/studium/lehramtsstudium/allgemein/la_allg.html)
- **allgemeine Bestimmungen für die Erste Lehramtsprüfung**  
[https://www.gesetze-bayern.de/Content/Document/BayLPO\\_I-G](https://www.gesetze-bayern.de/Content/Document/BayLPO_I-G)  
(Regelungen zur Mathematik in Kapitel 2, § 73)
- **Präsentationsfolien auf meiner Homepage**  
<https://www.math.lmu.de/~gerkmann/>

# wissenschaftliche Mathematik im Lehramtsstudium - WOZU ?

## Warum beschränkt sich der fachwissenschaftliche Teil des Studiums nicht auf die Inhalte der Schulmathematik??

- Eine wichtige Aufgabe des Schulunterrichts besteht darin, die Schüler an wissenschaftliche Denk- und Arbeitsweise heranzuführen. Dies kann nur von Personen geleistet werden, die ihr jeweiliges Fach **als Wissenschaft** kennengelernt haben.
- Der Schulstoff wurde nicht so ausgewählt, weil er die Wissenschaft Mathematik in ihrer ganzen Breite besonders gut repräsentiert. Statt dessen ist die Auswahl in weiten Teilen Überlegungen zur **Verwendbarkeit und Machbarkeit** geschuldet.
- Viele interessante und wissenschaftlich extrem bedeutsame Entwicklungen werden deshalb im Schulunterricht nicht behandelt.

# wissenschaftliche Mathematik im Lehramtsstudium - WOZU ?

Im Fachstudium gehen wir den Inhalten der Schulmathematik „auf den Grund“. Nach dem Studium werden Sie genau wissen, z.B.

- › warum „Minus mal Minus gleich Plus“ gilt
- › warum man durch Null nicht teilen darf
- › warum die Zahl 0,999... mit der Zahl 1 übereinstimmt
- › warum Quadrieren keine Äquivalenzumformung ist
- › warum die Bedingungen  $f'(x) = 0$ ,  $f''(x) < 0$  ein relatives Maximum („Hochpunkt“) liefern
- › was es genau bedeutet, dass der Zahlenstrahl „keine Lücken“ besitzt (Stichwort „Vollständigkeit“ der reellen Zahlen)

Sie sind also für Schülerfragen bestens gerüstet!

# wissenschaftliche Mathematik im Lehramtsstudium - wozu ?

wichtiger noch:

Schüler werden im Mathematikunterricht zunehmend dazu angehalten, **eigene Erklärungen und Lösungsansätze** zu entwickeln, anstatt lediglich fest vorgegebene Rechenverfahren durchzuführen. Ihr Wissen aus dem Fachstudium trägt wesentlich dazu bei, dass Sie sicher beurteilen können, ob die Ansätze der Schüler **sinnvoll, korrekt und zielführend** sind.

# Inhaltlicher Überblick - Analysis

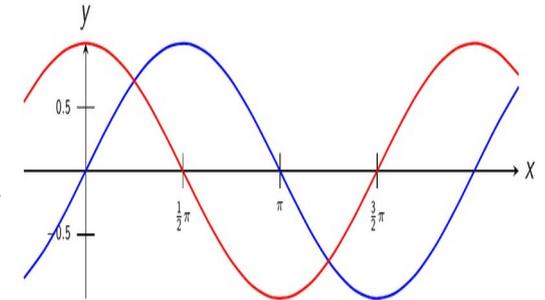
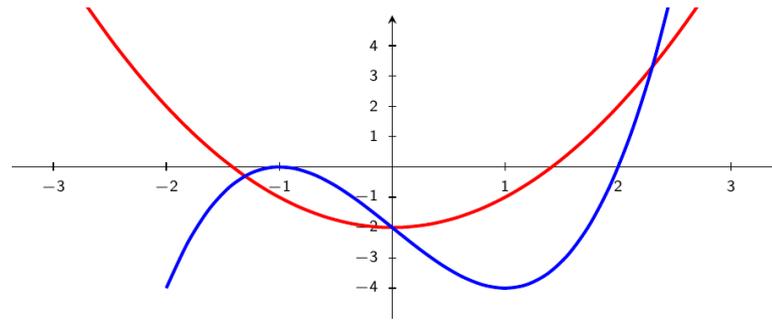
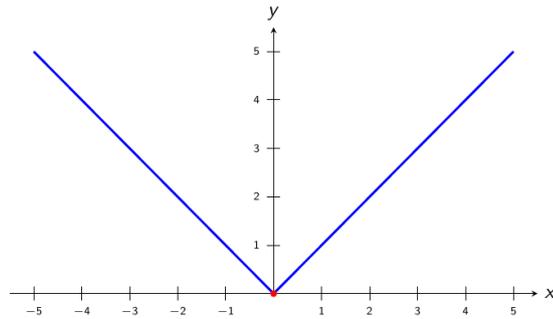
- Grundlagen: mathematische Notation, Logik und Mengenlehre
- Eigenschaften der reellen Zahlen  
(Körper-eigenschaft, Anordnung, Vollständigkeit)
- Konvergenzbegriff, Cauchy-Folgen
- unendliche Summen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots = +\infty$$

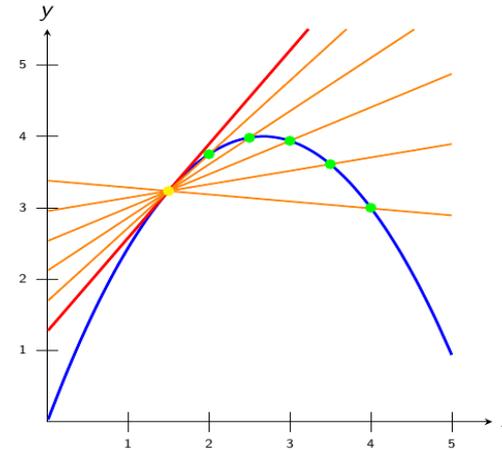
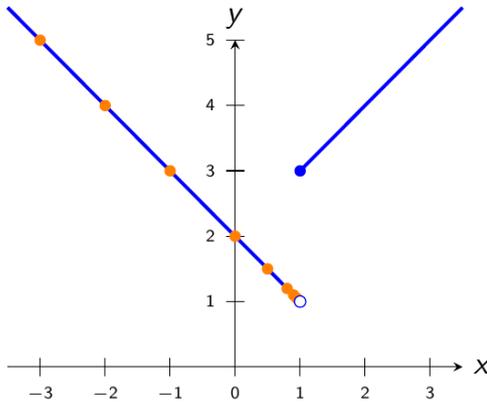
$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2$$

# Inhaltlicher Überblick - Analysis

## ➤ wichtige Beispiele für Funktionen

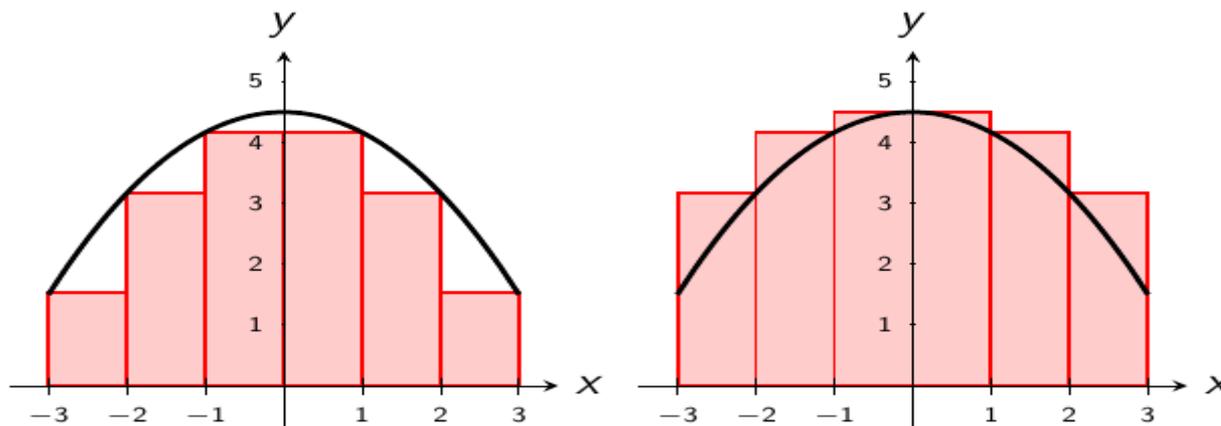
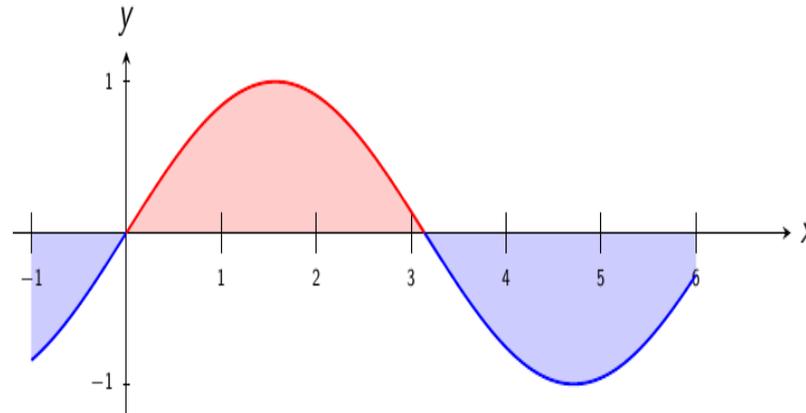


## ➤ Stetigkeit und Differenzierbarkeit



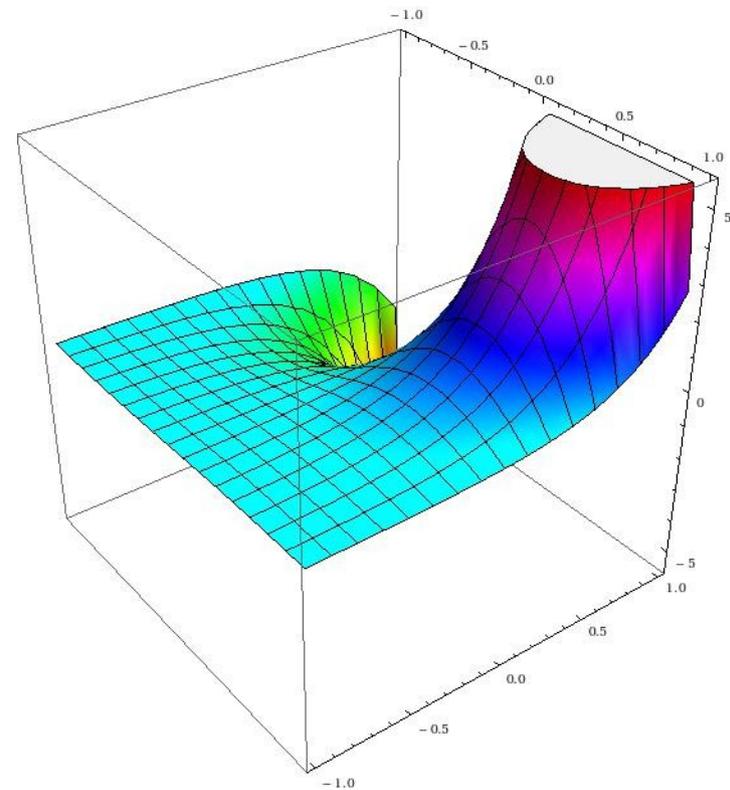
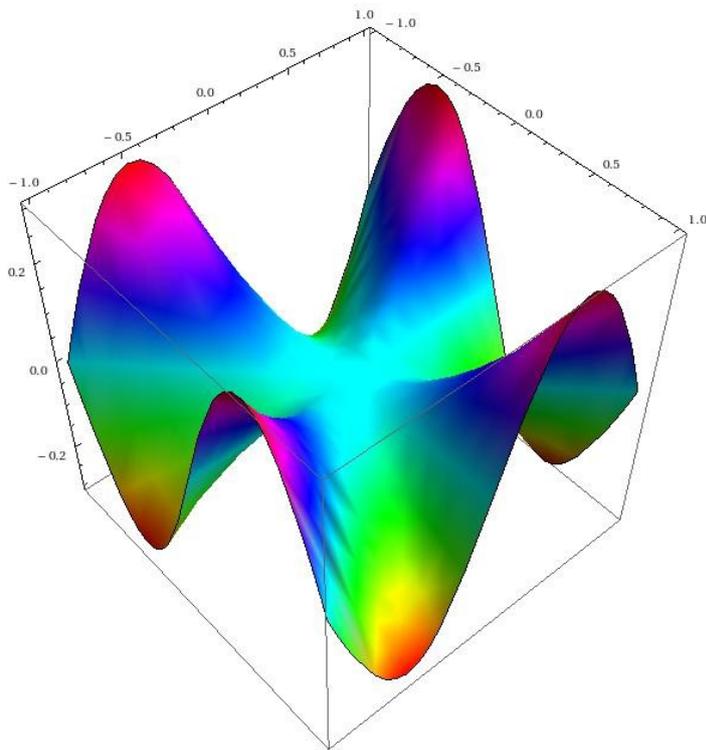
# Inhaltlicher Überblick - Analysis

- Definition des Integralbegriffs, Zusammenhang zwischen Integral- und Differentialrechnung



# Inhaltlicher Überblick - Analysis

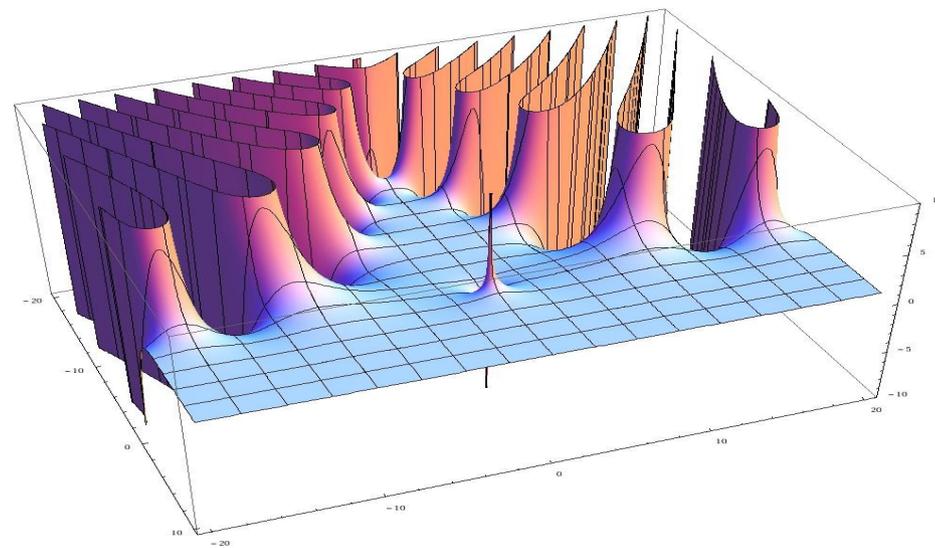
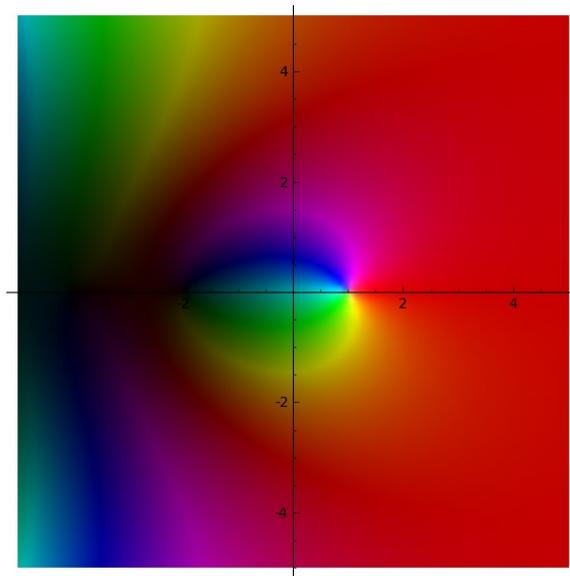
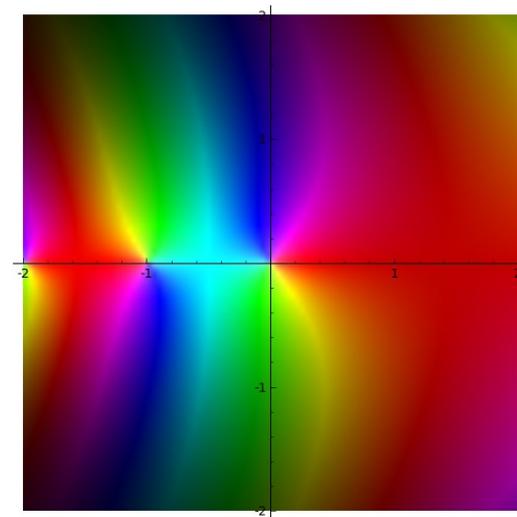
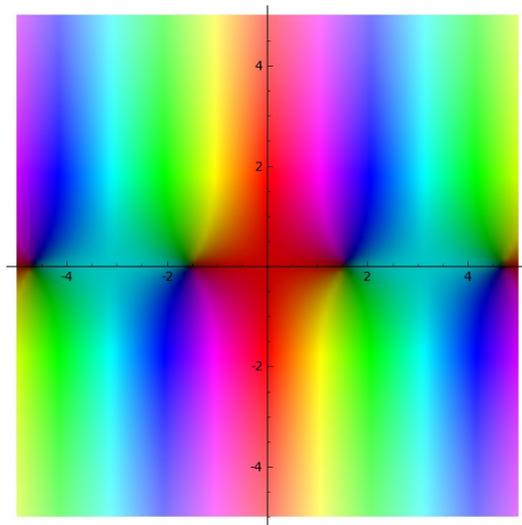
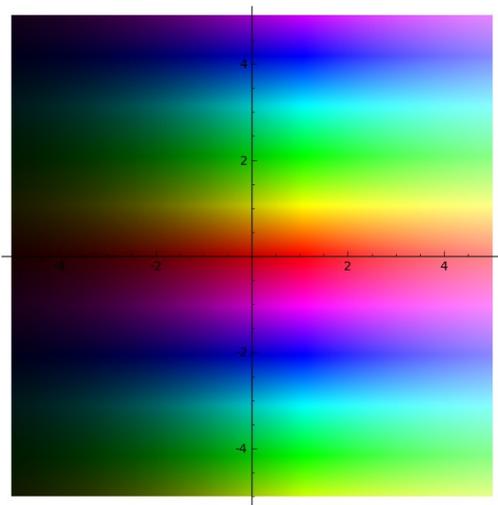
- in nachfolgenden Semestern:  
Verallgemeinerung dieser Konzepte auf höhere Dimension



# Inhaltlicher Überblick - Funktionentheorie

- Thema:  
Untersuchung komplex-differenzierbarer Funktionen
- Motivation:  
Die Funktionentheorie hat in der historischen Entwicklung der Analysis immer eine wichtige Rolle gespielt.  
  
Viele wichtige Funktionen sind auf den komplexen Zahlen definiert und dort komplex differenzierbar (Exponential- und Logarithmusfunktionen, trigonometrische Funktionen).

# Inhaltlicher Überblick - Funktionentheorie



# Inhaltlicher Überblick - Lineare Algebra

- Erlernung des Matrizenkalküls, unter anderem zur Lösung linearer Gleichungssysteme
- erster Kontakt mit algebraischen Grundstrukturen (Gruppen, Körper, Vektorräume)
- geometrische Konzepte (Symmetrieoperationen wie z.B. Drehungen und Spiegelungen, lineare und affine Unterräume, Abstände und Winkel)
- Dimensionsbegriff, Dimensionssätze
- Umrechnung zwischen Koordinatensystemen
- weitere Themen: Determinanten, Eigenwerte

# inhaltlicher Überblick - **Stochastik**

- formale Definition von Wahrscheinlichkeitsräumen zur Modellierung von Wahrscheinlichkeitsexperimenten (diskrete und kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen)
- kombinatorische Grundlagen (Abzählung von Mengen)
- bedingte Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeitsbegriff
- Gesetz der großen Zahlen, zentraler Grenzwertsatz
- Hypothesentests

# inhaltlicher Überblick - Algebra und Zahlentheorie

- **Untersuchung wichtiger algebraischer Grundstrukturen (Gruppen, Ringe und Körper)**  
(Welche Beispiele für solche Strukturen treten in der Mathematik auf? Welche Merkmale haben diese Strukturen? Wie lassen sie sich die Merkmale in konkreten Situationen explizit bestimmen?)
- **Klassifikation der Strukturen**  
(Lassen sich die Strukturen möglichst einfach und einheitlich beschreiben, oder zumindest vollständig aufzählen?)
- **Anwendung auf zahlentheoretische Probleme (z.B. in der Kongruenzrechnung)**
- **weitere Anwendung: Lösung algebraischer Gleichungen**  
(Verallgemeinerung der „Mitternachtsformel“)

# „Tipps und Tricks“

Wie kommt man erfolgreich und weitgehend stressfrei durchs Studium?

- **regelmäßiges, über das Semester gleichmäßig verteiltes und beständiges Arbeiten**  
(Am besten schneiden nicht die Teilnehmer ab, die zu Beginn die meisten Übungspunkte holen, sondern diejenigen, die bis zum Ende des Semesters „durchhalten“.)
- **regelmäßiges Nacharbeiten des Vorlesungsstoffs und Einprägen der neuen Begriffe und Sätze**  
(Mathematik ist hier in erster Linie ein **Lernfach!**)
- **Vorbereitung der Tutoriumsbesuche**  
(Wiederholen Sie bereits vorher den relevanten Vorlesungsstoff. Machen Sie sich schon im Vorfeld Gedanken über mögliche Lösungsansätze, damit Sie die Tutoriumszeit optimal nutzen können.)

# „Tipps und Tricks“

- **möglichst eigen- und vollständige schriftliche Bearbeitung der Übungsblätter**  
(Bearbeiten Sie jeweils **alle** Aufgaben des Übungsblatts, gerade auch die, bei denen Sie sich extrem unsicher fühlen. Formulieren Sie die Lösung möglichst **eigenständig**, ohne sich zu sehr an festen Schemata zu orientieren. Hinterfragen Sie kritisch die **Notwendigkeit** jedes einzelnen Lösungsschritt. Sie sollten erst zufrieden sein, wenn Ihnen die Lösung der Aufgabe **einfach und naheliegend** erscheint.)
- **selbstständiges Erkennen von Verständnislücken**  
(Und zögern Sie nicht, sich bei der Behebung vom Dozenten und den Tutoren helfen zu lassen. Eine gelungene Lehrveranstaltung „lebt“ von den Fragen und der Diskussion mit den Teilnehmern.)
- **Aufgeschlossenheit für neue Konzepte und Methoden**  
(Richten Sie Ihre Aufmerksamkeit von Anfang an gerade auf die Konzepte, die Ihnen von der Schulmathematik her **unbekannt** sind.)