

## Die Riemannsche Zeta-Funktion Übungsblatt 5

### Aufgabe 17

Man beweise

$$\Gamma'(1) = -\gamma.$$

Dabei ist  $\gamma$  die Euler-Mascheronische Konstante.

### Aufgabe 18

a) Es sei  $F(s) := \cos(\frac{\pi s}{2}) \zeta(s)$ . Man zeige, dass  $F$  in einer Umgebung des Punktes  $s = 1$  holomorph ist und dass gilt

$$F(1) = -\frac{\pi}{2} \quad \text{und} \quad F'(1) = -\frac{\pi\gamma}{2}.$$

b) Man zeige mit Hilfe der Funktionalgleichung  $\zeta(1-s) = 2(2\pi)^{-s}\Gamma(s) \cos(\frac{\pi s}{2}) \zeta(s)$

$$\zeta(0) = -\frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \zeta'(0) = -\frac{1}{2} \log 2\pi.$$

### Aufgabe 19

Man zeige

$$\zeta(\sigma) < 0 \quad \text{für } 0 < \sigma < 1.$$

### Aufgabe 20

a) Sei  $t > 0$  eine reelle Konstante. Man berechne die Fourier-Transformierte der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) := e^{-2\pi t|x|}.$$

b) Man zeige, dass die Poissonsche Summationsformel auch für  $f$  gilt. Welche Formel erhält man damit?

**Aufgabe 5b)\*** (Erinnerung)

$$\sum_p \frac{1}{p^{1+it}} \quad \text{konvergiert für alle } t \in \mathbb{R}^*.$$

---

**Abgabetermin:** Mittwoch, 7. Januar 2009, 14 Uhr, Übungskasten im 1. Stock