Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster

WS 2008/09
14. Nov. 2008

Die Riemannsche Zeta-Funktion
Übungsblatt 3

Aufgabe 9

a) Man zeige für die Teileranzahl-Funktion τ

$$\sum_{n\leqslant x}\tau(n)=\sum_{n\leqslant x}\left\lfloor\frac{x}{n}\right\rfloor.$$

b) Mit der Euler-Mascheronischen Konstanten γ gilt

$$\sum_{n\leqslant x}\left(\frac{x}{n}-\left\lfloor\frac{x}{n}\right\rfloor\right)=(1-\gamma)x+O(\sqrt{x}).$$

Aufgabe 10

a) Man beweise: $\displaystyle\sum_{n\leqslant x}\mu(n)\left\lfloor\frac{x}{n}\right\rfloor=1$ für alle $x\geqslant 1$.

b) Für die Funktion $\displaystyle m(x):=\sum_{n\leqslant x}\frac{\mu(n)}{n}$ gilt

$$|m(x)|\leqslant 1 \quad \text{für alle } x\geqslant 1.$$

Aufgabe 11

Für die Tschebyscheffschen Funktionen ϑ und ψ beweise man

$$\vartheta(x)=\sum_{k\geqslant 1}\mu(k)\psi(x^{1/k}).$$

Aufgabe 12 Sei $f:[1,+\infty[\to\mathbb{R}$ eine monoton fallende Funktion mit $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$ und

$$F(x):=\int_1^x f(u)du$$

a) Man zeige

$$\sum_{n\leqslant x}f(n)=F(x)+O(1).$$

b) Genauer gilt: Es gibt eine Konstante $\beta\in\mathbb{R}$, so dass

$$\sum_{n\leqslant x}f(n)=F(x)+\beta+O(f(x)).$$

Abgabetermin: Mittwoch, 26. November 2008, 14 Uhr, Übungskasten im 1. Stock