MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster

SS 2001
25. 6. 2001
Blatt 9

Übungen zu: Unendliche Folgen und Reihen

29) Man zeige, dass die Funktion

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

stetig auf $\mathbb{R}$ ist und gebe eine Potenzreihenentwicklung für f der Form $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ an.

30) a) Man zeige für $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{\alpha x} - 1}{x} = \alpha$$

b) Gegeben sei für $a > 0$ die Folge

$$x_n := n\left(\sqrt[n]{a} - 1\right), \qquad (n \geq 1).$$

Zeige: $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = \log a$.

Hinweis: Man schreibe x_n in der Form $x_n = \dfrac{a^{1/n} - 1}{1/n}$.

31) a) Man zeige mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, dass es genau eine reelle Zahl $x > 0$ gibt mit

$$e^x = 2 + x$$

b) Man zeige, dass die rekursiv definierte Folge

$$x_0 := 1, \qquad x_{n+1} := \log(2 + x_n),$$

gegen die in a) genannte Zahl konvergiert.

32) Gegeben sei die komplexe Zahl $z = 1 + i$.

a) Man berechne z^{-1}, z^2, z^4, z^{81}.

b) Man bestimme eine komplexe Zahl $w = u + iv$, so dass $w^2 = z$.

!! Abgabetermin: Dienstag, 3. Juli 2001, 14:10 Uhr (Übungskasten vor der Bibliothek).