MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster

SS 2001
21. 5. 2001
Blatt 5

Übungen zu: Unendliche Folgen und Reihen

17) Sei $a > 0$ und $x_0 > 0$ mit $ax_0 < 2$. Die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$x_{n+1} := x_n\,(1+\varepsilon_n), \quad \text{wobei } \varepsilon_n := 1 - ax_n.$$

Man beweise, dass die Folge gegen $1/a$ konvergiert.

Hinweis: Man beweise zunächst $\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n^2$, und folgere daraus, dass die Folge $(x_n)_{n\geq 1}$ monoton wächst und durch $1/a$ nach oben beschränkt ist.

18) Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$a_n := \sqrt{n+1000} - \sqrt{n}$$

Man zeige, dass die Folge konvergiert und bestimme ihren Grenzwert.

Hinweis: Man beweise zunächst für $A > 0$ und alle $n \geq 1$:

$$\sqrt{n+A} < \sqrt{n} + \frac{A}{2\sqrt{n}}$$

19) Gegeben sei die rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$\begin{aligned} a_0 &:= \sqrt{2}, \\ a_n &:= \sqrt{2+a_{n-1}} \quad \text{für } n \geq 1. \end{aligned}$$

Man beweise die Konvergenz der Folge und bestimme ihren Grenzwert.

20) Ein Kettenbruch sei definiert durch die Folge

$$x_0 := 1, \qquad x_n := 1 + \frac{1}{x_{n-1}}, \qquad n \geq 1.$$

Man bestimme den Wert des Kettenbruchs als Grenzwert der Folge.

Abgabetermin: Donnerstag, 31. Mai 2001, 11:10 Uhr (Übungskasten vor der Bibliothek).

Die **1. Klausur** findet am 21. Juni von 9 - 11 Uhr im Hörsaal 138 und 139 statt.