MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster

SS 2001
7. 5. 2001
Blatt 3

Übungen zu: Unendliche Folgen und Reihen

9) Für $n, k \in \mathbb{N}$ beweise man durch vollständige Induktion

$$\sum_{m=0}^{n} \binom{m+k}{m} = \binom{n+k+1}{n}$$

10) Gibt es eine arithmetische Folge 3. Ordnung $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_0 = a_1 = 0,\ \ a_2 = 1,\ \ a_5 = 0$? Wenn ja, so bestimme man a_3, a_4 und a_6.

11) Gegeben seien für festes $n \in \mathbb{N}$ die folgenden Summen

$$A_n := \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \right), \quad B_n := \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{j} a_{ij} \right), \quad C_n := \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=j}^{n} a_{ij} \right).$$

Dabei seien die a_{ij} reelle Zahlen.

a) Man schreibe alle drei Summen für den Fall $n = 3$ aus.

b) Aus wievielen Summanden besteht die Summe C_n (d.h. man bestimme den Wert der Summe, falls $a_{ij} = 1$ für alle $i, j \in \{1, ..., n\}$).

c) Man berechne die Summe C_n für den Spezialfall $a_{ij} = i \cdot j$ für alle $i, j \in \{1, ..., n\}$.

12) Seien $a_1, ..., a_n$ nichtnegative reelle Zahlen. Man beweise durch vollständige Induktion die Ungleichung

$$\prod_{i=1}^{n} (1 + a_i) \geq 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i$$

S2) Zweite Sternaufgabe.

Man beweise für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ die Gleichung

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{n-k} \binom{n}{k} k^n = n!$$

Abgabetermin: Donnerstag, 17. Mai 2001, 11:10 Uhr (Übungskasten vor der Bibliothek).