MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster

SS 2001
30. 4. 2001
Blatt 2

Übungen zu: Unendliche Folgen und Reihen

5) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Lotto "6 aus 49" die sechs gezogenen Zahlen (a) alle gerade bzw. (b) alle ungerade sind?

6) Man zeige für alle natürlichen Zahlen n die Gleichung $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2$.

7) Zwei Tripel (k_1, k_2, k_3), (k'_1, k'_2, k'_3) sind nach Definition genau dann gleich, wenn $k_i = k'_i$ für $i = 1, 2, 3$.

Wieviele Tripel (k_1, k_2, k_3) natürlicher Zahlen gibt es, die zu gegebenem $n \in \mathbb{N}$ folgende Gleichung erfüllen:

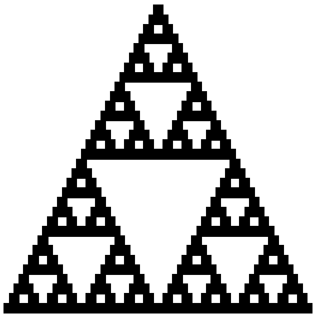
$$n = k_1 + k_2 + k_3$$

8) Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine arithmetische Folge 2. Ordnung mit $a_0 = a_1 = 1$ und $a_2 = 0$.

Man berechne a_3, a_4, a_5 und bestimme eine Formel für a_n für allgemeines $n \in \mathbb{N}$.

S1) Erste Sternaufgabe
(Die Sternaufgaben sind nicht obligatorisch und werden für das Gesamt-Punktesoll nicht mitgezählt)

Die nebenstehende Figur entstand aus einem Pascalschen Dreieck der Ordnung 31, indem die ungeraden Binomial-Koeffizienten durch kleine schwarze Quadrate und die geraden Binomial-Koeffizienten durch weiße Quadrate dargestellt wurden.



Man beweise, dass alle Binomial-Koeffizienten $\binom{2^r-1}{k}$, $(0 \le k \le 2^r - 1)$, ungerade sind und bestimme die Gesamtzahl aller ungeraden Binomial-Koeffizienten $\binom{n}{k}$ mit $0 \le k \le n \le 2^r - 1$ (als Funktion von r).

Abgabetermin: Donnerstag, 10. Mai 2001, 11:10 Uhr (Übungskasten vor der Bibliothek).