MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster

SS 2001
23. 4. 2001
Blatt 1

Übungen zu: Unendliche Folgen und Reihen

1) Man beweise durch vollständige Induktion nach N folgende Gleichung

$$\sum_{n=1}^{2N} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = \sum_{k=N+1}^{2N} \frac{1}{k}$$

für $N \in \mathbb{N}$.

2) Man beweise durch vollständige Induktion nach n

$$\prod_{k=0}^{n-1}(1 + x^{2^k}) = \sum_{m=0}^{2^n-1} x^m$$

für $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

3) Man finde durch Probieren jeweils eine Formel für die folgenden Produkte. Anschließend beweise man die Formeln durch vollständige Induktion nach n.

a) $\displaystyle\prod_{k=1}^{n} (1 + \frac{1}{k}), \qquad n \in \mathbb{N},$

b) $\displaystyle\prod_{k=2}^{n} \frac{k^2}{k^2 - 1}, \qquad n \geq 2.$

4) Eine verallgemeinerte Potenz von x sei wie folgt definiert

$$x^{\{0\}} := 1, \qquad x^{\{n\}} := x \cdot (x+1) \cdots (x+n-1), \quad n \in \mathbb{N}, \ n \geq 1.$$

Man beweise durch vollständige Induktion nach n

$$(x+y)^{\{n\}} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{\{n-k\}} y^{\{k\}}$$

für $x, y \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Abgabetermin: Donnerstag, 3. Mai 2001, 11:10 Uhr (Übungskasten vor der Bibliothek).