MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster
Dr. P. Schuster

Wintersemester
1998/99

Übungen zur Analysis I (MIA) — 1.Klausur

9. Dezember 1998

1. Man beweise mit Hilfe vollständiger Induktion, daß
$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$
für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt.

2. Man zeige
$$2^n < n!$$
für alle natürlichen Zahlen $n \geq 4$.

3. Man berechne den Limes der durch
$$a_n = \frac{(3n+1)(2+\frac{1}{n})}{n+\frac{2}{n}}$$
definierten Folge $(a_n)_{n\geq 1}$.

4. Man bestimme des Wert des unendlichen periodischen Dezimalbruchs
$$x = 0.122222\ldots.$$

5. (a) Man zeige: Für jede natürliche Zahl $n \geq 1$ gilt
$$1 < \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} < 1 + \frac{1}{n}.$$
   (b) Man bestimme
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}.$$

6. Man beweise, daß für jedes $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$ die Reihe
$$\sum_{n=0}^{\infty} x^{n^2}$$
konvergiert; ihre Summe braucht dabei nicht berechnet zu werden.

(je 4 Punkte)

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Viel Erfolg!