MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster
Dr. P. Schuster

Wintersemester
1998/99

Übungen zur Analysis I (MIA) Blatt 9

37. Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) \to 0$ für $x \to \pm\infty$. Man zeige, daß f gleichmäßig stetig und beschränkt ist.

38. Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(x) \to +\infty$ für $x \to \pm\infty$. Man zeige, daß f ein globales Minimum besitzt, d.h. daß es ein $x_0 \in \mathbb{R}$ gibt mit $f(x_0) \leq f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

39. Ist $\emptyset \neq D \subset \mathbb{R}$ und $f : D \to \mathbb{R}$ eine Funktion, so heißt $x \in D$ ein Fixpunkt von f, wenn $f(x) = x$ gilt. Man beweise, daß jede stetige und monoton fallende Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ genau einen Fixpunkt hat. Gilt dies auch für monoton steigendes stetiges f?

40. (a) Man bestimme den Real- und Imaginärteil aller komplexen Lösungen der Gleichung $z^2 = i$.

    (b) Gegeben sei das komplexe Polynom $P(z) = 4z^2 + 4z - i + 1$. Man bestimme $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ mit $P(z) = 4(z - z_1)(z - z_2)$ für alle $z \in \mathbb{C}$.

    (c) Man bestimme alle komplexen Zahlen $z = x + iy$, die der Ungleichung $|z - 1| \leq |z + 1|$ genügen, und skizziere diese Punktmenge.

(je 4)

Abgabe: Mittwoch, 27. Januar 1999, 9 Uhr, Übungskasten vor der Bibliothek