MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster
Dr. P. Schuster

Wintersemester
1998/99

Übungen zur Analysis I (MIA) Blatt 5

17. Man untersuche das Konvergenzverhalten der Folge

$$\left(\frac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{n} k^2\right)_{n\geq 1}$$

und bestimme gegebenenfalls ihren Grenzwert.

18. Es seien $x, y > 0$ reelle Zahlen. Man zeige für deren durch

$$a = \frac{1}{2}(x+y), \quad g = \sqrt{x \cdot y} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{h} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$$

definierte arithmetische, geometrische bzw. harmonische Mittel:

(a) Ist $x \leq y$, so gilt

$$(*) \quad x \leq h \leq g \leq a \leq y.$$

(b) Gleichheit gilt nur dann irgendwo in $(*)$, wenn $x = y$ ist.

19. Man beweise, daß die durch

$$a_0 = 0 \quad \text{und} \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n} \quad (n \geq 0)$$

rekursiv definierte Folge konvergiert, und bestimme ihren Grenzwert.

20. (Ägyptische Stammbruch-Darstellung) Man zeige: Zu jeder reellen Zahl x mit $0 < x < 1$ gibt es eine endliche oder unendliche Folge natürlicher Zahlen

$$1 < n_1 < n_2 < n_3 < \ldots$$

derart, daß

$$x = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{n_k} \quad \text{für ein} \quad m \geq 1 \quad \text{bzw.} \quad x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n_k}$$

gilt.

(je 4)

Abgabe: Mittwoch, 9. Dezember 1998, 9 Uhr, Übungskasten vor der Bibliothek

Die erste **Klausur** findet am Mittwoch, den 9. Dezember 1998 von 14 Uhr **s.t.** bis 16 Uhr im Hörsaal 122 statt. Dabei werden **keinerlei Hilfsmittel** zugelassen. Schreib- und Konzeptpapier wird gestellt, lediglich Schreibgerät ist mitzubringen.