MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. O. Forster
Dr. P. Schuster

Wintersemester
1998/99

Übungen zur Analysis I (MIA) — Blatt 3

9. Man entscheide, welche der folgenden Aussagen über reelle Zahlen x, a, b allgemeingültig oder im allgemeinen falsch sind, wobei man jeweils einen Beweis führe bzw. ein Gegenbeispiel angebe.

   (a) $|x-a| < b \implies x > a - 2b$ (1)

   (b) $ab > 1$ und $a < 1 \implies b > 1$ (1)

   (c) $ab > 1 \iff a > 1$ und $b > 1$ (2)

10. Man zeige die Verallgemeinerung

$$\prod_{i=1}^{n}(1+a_i) \geq 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i$$

   der Bernoullischen Ungleichung für reelle Zahlen $a_1, \ldots, a_n$ mit

   (a) $a_i \geq 0$ für alle i, (4)

   (b) $-1 \leq a_i \leq 0$ für alle i. (4*)

11. Für $x, y \in \mathbb{R}$ bezeichne $\max(x,y)$ die größere bzw. $\min(x,y)$ die kleinere der beiden Zahlen. Man zeige

$$\max(x,y) = \frac{1}{2}(x+y+|y-x|) \quad \text{und} \quad \min(x,y) = \frac{1}{2}(x+y-|y-x|)$$

   für alle $x, y \in \mathbb{R}$. (4)

12. Es seien a und b reelle Zahlen. Man zeige, daß die durch

$$a_0 = a, \quad a_1 = b, \quad a_n = \frac{2a_{n-1} + a_{n-2}}{3} \quad (n \geq 2)$$

   rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, und bestimme ihren Grenzwert. (4)

Abgabe: Mittwoch, 25. November 1998, 9 Uhr, Übungskasten vor der Bibliothek

Sprechstunde des Korrektors Klaus Seidl: Mittwoch, 11–12 Uhr, Diskussionsraum der Bibliothek