

## Übungen zur Vorlesung: Der Minkowski-Raum

**Aufgabe 9:** Im Minkowski-Raum  $(\mathbb{M}_4, g)$  sei  $H$  das Hyperboloid

$$H := \{x \in \mathbb{M}_4 : g(x, x) = 1\}.$$

Sei  $\mathbb{R}a$  die Weltlinie eines inertialen Beobachters und  $W = (\mathbb{R}a)^\perp$  sein Ruhe-  
raum. Zeige, daß  $W$  parallel zu den Tangentialräumen von  $H$  in den Durch-  
stoßungspunkten von  $\mathbb{R}a$  mit  $H$  ist.

**Aufgabe 10:** Pionen haben die Halbwertszeit  $1,8 \cdot 10^{-8}s$  (Pionen-Eigenzeit).  
Ein Strahl von Pionen bewege sich gradlinig und gleichförmig mit der Ge-  
schwindigkeit  $v$ . Nach welcher Strecke ist die Hälfte der Pionen zerfallen, wenn  
 $v$  50% bzw. 90% bzw. 99% der Lichtgeschwindigkeit ist. (Die Strecke wird im  
Labor gemessen.)

**Aufgabe 11:** Zeige: Jede orthogonale Matrix  $A \in \text{SO}(3)$  ist endliches Produkt  
von Matrizen der speziellen Gestalt

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 12:** Zeige: Jede Lorentztransformation  $A \in \text{O}^+(1, 3)$  ist endliches  
Produkt von Matrizen der Gestalt

$$\begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix} \text{ mit } B \in \text{O}(3).$$

**Abgabetermin:** Mittwoch, den 29.5.1996, 13.15 Uhr.