NR. 29 – JUNI 2014

MATHE-LMU.DE

CARATHÉODORY-GESELLSCHAFT ZUR FÖRDERUNG DER MATHEMATIK IN WIRTSCHAFT, UNIVERSITÄT UND SCHULE AN DER LMU MÜNCHEN E.V.

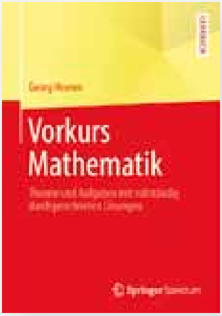
Vom Latein zur Mathematik - Seite 14

Der Vier-Farben-Satz und computerbasierte Beweise - Seite 26

Springer Spektrum springer-spektrum.de

Vorkurs Mathematik

Georg Hoever
Vorkurs Mathematik
Theorie und Aufgaben mit vollständig durchgerechneten Lösungen
Reihe: Springer-Lehrbuch
2014. X. 292 S. 170 Abb. Brosch.
€ (D) 19,99 | € (A) 20,55 | *sFr 25,00
ISBN 978-3-642-54870-3

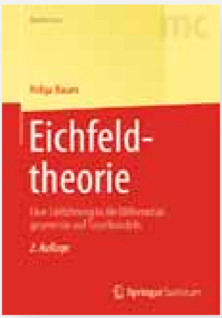


- Kompakte Darstellung der Theorie, die ein schnelles Nachschlagen ermöglicht
- Umfassende Aufgabensammlung, um den Umgang mit den Begriffen zu üben
- Vollständig durchgerechnete Lösungen, die einen sehr guten Abgleich mit den eigenen Lösungen erlauben
- Verdeutlichung der Sachverhalte durch zahlreiche Abbildungen .

Norbert Kusolitsch
Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie
Eine Einführung
Reihe: Springer-Lehrbuch
2., überarb. u. erw. Aufl. 2014.
XI, 353 S. Brosch.
€ (D) 24,99 | € (A) 25,69 | *sFr 31,50
ISBN 978-3-642-45386-1

- Kompakt und verständlich
- Die Beweisideen der Haupsätze treten klar hervor, da technische Details in Hilfssätze ausgelagert sind
- Umfangreicher Anhang hilft Vorkenntnisse ohne langes Nachschlagen aufzufrischen

Helga Baum
Eichfeldtheorie
Eine Einführung in die Differentialgeometrie auf Faserbündeln
Reihe: Springer-Lehrbuch Masterclass
2., vollst. überarb. Aufl. 2014.
XIV, 380 S. 38 Abb. Brosch.
€ (D) 34,99 | € (A) 35,97 | *sFr 44,00
ISBN 978-3-642-38538-4



- Klare und detaillierte Darstellung
- Mit vielen Beispielen, Aufgaben und Lösungen, die die Arbeit mit dem Stoff unterstützen und vertiefen
- Bestens geeignet als Begleittext für eine 1-semestrige Differentialgeometrie-Vorlesung für Studenten der Mathematik und Physik im Hauptstudium

€ (D) sind gebundene Ladenpreise in Deutschland und enthalten 7% MwSt. € (A) sind gebundene Ladenpreise in Österreich und enthalten 10% MwSt. Die mit * gekennzeichneten Preise sind unverbindliche Preisempfehlungen und enthalten die landesübliche MwSt. Preisänderungen und Irrtümer vorbehalten.

Jetzt bestellen: springer-spektrum.de

Liebe Leserinnen und Leser,

wie für viele waren auch für mich die ersten Wochen in meinem Mathematikstudium recht frustrierend. Bald wurde es aber besser, teils durch eigene Zähigkeit, vor allem aber auch dank des Leiters meiner Übungsgruppe in Linearer Algebra, Fritz Lehmann. Er verstand es hervorragend, uns an die ungewohnten Übungsaufgaben heranzuführen. Es freut mich ganz besonders, dass er uns in diesem Heft seinen Werdegang und seine Berufslaufbahn beschreibt (Seite 14).

Vorläufig gescheitert ist unser Plan, uns von Bachelor-Absolventen, die direkt in das Berufsleben gestartet sind, von ihren ersten Erfahrungen auf dem Arbeitsmarkt berichten zu lassen. Vielleicht klappt's aber in der nächsten Ausgabe: Wir wären Ihnen, liebe Leserinnen und Leser, sehr dankbar, wenn Sie uns den Kontakt zu solchen früheren Studierenden an unserem Institut vermitteln könnten.

Vielleicht haben Sie die leichte Veränderung bei unserem Heft bemerkt: Wir haben nun auf allen Seiten Farbe zur Verfügung, gerade passend für Herrn Panagiotous Artikel über den Vier-Farben-Satz (Seite 26).

Ihnen allen eine erholsame Sommerferienzeit

Heiner Steinlein

Titelbild: Herrn Professor Barry Simon (Caltech) wurde die Ehrendoktorwürde unserer Fakultät verliehen.

Liebes Vereinsmitglied,

in Heft 28 von MATHE-LMU.DE konnte ich Sie über geplante Weiterentwicklungen des Fördervereins informieren. Vor allem geht es darum, die öffentliche Wahrnehmung deutlich zu erhöhen, nicht als Selbstzweck, sondern als Basis für eine erfolgreiche Weiterentwicklung. Als erstes haben wir versucht, den Förderverein schon namensmäßig attraktiver zu machen und zugleich einem der bekanntesten Mathematiker des 20. Jahrhunderts, der viele Jahre an der LMU forschte und lehrte, Constantin Carathéodory, Referenz zu erweisen. Auf Beschluss der a.o. Mitgliederversammlung vom 16.12.2013 heißen wir nun **Carathéodory-Gesellschaft zur Förderung der Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.** Zudem haben wir die Webpage in eine Form gebracht, die uns auch in diesem Bereich attraktiver macht. Herr Pastuszko, ihr Designer und Realisierer, berichtet darüber auf Seite 8. Bei der Etablierung des Beirats, der uns kraft des Ansehens seiner Mitglieder in wertvoller Weise unterstützen wird, konnten wir einen international angesehenen Schweizer Mathematiker als erstes Mitglied gewinnen.

Auf der Basis dieser zu schaffenden Voraussetzungen wollen wir uns nun verstärkt den eigentlichen, inhaltlichen Zielen zuwenden und hoffen, Ihnen bald darüber berichten zu können.

Ihr Manfred Feilmeier

Impressum	**mathe-lmu.de**
Herausgeber	Carathéodory-Gesellschaft zur Förderung der Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der LMU München e.V. Mathematisches Institut, Universität München, Theresienstr. 39, 80333 München fmwus@mathematik.uni-muenchen.de Konto: 1267532, Bankleitzahl 700 500 00, Bayerische Landesbank
ViSdP	Manfred Feilmeier Sendlinger Straße 21, 80331 München, manfred.feilmeier@ubefei.com
Redaktion	Katharina Belaga, Bernhard Emmer, Peter Pickl, Daniel Rost, Heinrich Steinlein, Vitali Wachtel
Auflage	5000
Layout	Gerhard Koehler, München, kws@kws-koehler.de
Druck	WirmachenDruck.de

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichten. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

Berichte aus dem Mathematischen Institut

Veranstaltungen

Seit 2010 vergibt die LMU München den Dr. Hans-Riegel-Fachpreis an Schülerinnen und Schüler der 12. Jahrgangsstufe. Ausgezeichnet werden jeweils die drei besten eingereichten W-Seminararbeiten in den Fächern Mathematik, Biologie, Chemie, Physik und Geographie. Die Preisträger 2013 wurden am 15. Juni in der Großen Aula der LMU geehrt.

Unmittelbar vor Beginn des Wintersemesters wurden wieder die Brückenkurse für Erstsemester unter der Leitung von Prof. Ufer und Prof. Rost angeboten, um den Start in das Mathematikstudium zu erleichtern. In Vorlesungen und Tutorien konnten die Studienanfängerinnen und -anfänger hier schulmathematische Kenntnisse auffrischen und gleichzeitig akademische Denk- und Arbeitsweisen kennenlernen.

Am Samstag, den 12. Oktober 2013 fand im Mathematischen Institut die Absolventenfeier für 55 erfolgreiche Master- bzw. Diplomstudierende statt. Nach den Ansprachen des Dekans und eines Absolventenvertreters wurden alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer persönlich geehrt und mit einem Geschenk verabschiedet. Das Streichquartett des Abaco-Orchesters sorgte mit Werken von W.A. Mozart für die musikalische Gestaltung. Beim anschließenden Stehempfang hatten die Absolventinnen und Absolventen Gelegenheit, ihren Erfolg mit Familie und Freunden zu feiern.

In einer Festveranstaltung am 11. Februar 2014 hat die Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik der LMU Professor Barry Simon vom California Institute of Technology in Pasadena die Ehrendoktorwürde verliehen. Am Vorabend sprach Prof. Simon in einem gut besuchten Vortrag über „Tales of Our Forefathers“.

Vor Beginn des Sommersemesters fanden im Mathematischen Institut zwei Workshops statt: „Geometry and Arithmetic of Surfaces“, organisiert von Prof. Derenthal in Zusammenarbeit mit der TU München und „Stochastic Volatility and Multi-Curves“ unter der Leitung von Prof. Fries.

Auch die Vortragsreihe „Mathematik am Samstag“ wurde im Frühjahr 2014 fortgesetzt. In drei allgemeinverständlichen Vorträgen zu den Themen „Spieltheorie und Spieltheorie rückwärts“, „3-dimensionale Mannigfaltigkeiten und die Poincaré-Vermutung“ und „Fluxionen, Indivisible und andere unendlich kleine Zahlen“ konnten Oberstufenschülerinnen und Schüler und Mathematikinteressierte einen Einblick in das Studium gewinnen.

Beim ersten studentischen Forschungskongress am 10. Mai 2014 berichteten Studierende der Fakultät 16 über ihre Forschungsprojekte im Rahmen des Programms Lehre@LMU. Kommilitoninnen und Kommilitonen, die ein eigenes Projekt planen, konnten sich

MML-Tag: Basteln von Flächen

hier über Resultate und Erfahrungen bei der Durchführung informieren.

Bereits zum 7. Mal fand am 31. Mai 2014 das Mobile Mathe-Labor im Mathematischen Institut der LMU statt. Für interessierte Schülerinnen und Schüler wurden Workshops zu verschiedenen mathematischen Themen und ein Wettbewerb angeboten. Lesen Sie hierzu den Bericht von Lisa Kraus auf Seite 24.

Auszeichnungen

Am 12. November fand in Frankfurt a.M. die Verleihung des Polytechnik-Preises für die Didaktik der MINT-Fächer statt. Den zweiten Preis erhielt Prof. Hedwig Gasteiger vom Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik für ihr Konzept zur frühen mathematischen Bildung in Alltags- und Spielsituationen. Der Schwerpunkt ihres Ansatzes liegt darin, das mathematische Potenzial alltäglicher Situationen in Kindertageseinrichtungen zu erkennen und zu nutzen.

Ein „FIR-MIUR research grant“ wurde an Dr. Alessandro Michelangeli vom Mathematischen Institut der LMU München verliehen. Damit soll im Zeitraum von 2014 bis 2017 das Forschungsprojekt „COND-MATH: Condensed Matter in Mathematical Physics“ innerhalb der „Future in Research“-Initiative des italienischen Bildungs- und Forschungsministeriums gefördert werden. Mit den Fördermitteln in Höhe von ca. 1 Million Euro wollen Dr. Michelangeli und sein Team eine intensive Untersuchung einiger der aktuellsten mathematischen Themen fortführen, die bei der rigorosen Behandlung der Modelle und Phänomene der Physik kondensierter Materie auftreten.

Mit 152 Schülerinnen und Schülern, begleitet von vielen Lehrkräften, war das diesjährige Mobile Mathe-Labor ausgesprochen gut besucht.

Personalien

In den vergangenen Monaten haben wiederum mehrere Professoren Rufe an auswärtige Institute angenommen: Prof. László Erdős wechselte an das Institute of Science and Technology Austria nahe bei Wien, Prof. Ulrich Derenthal ging an die Universität Hannover.

Der Wiederzuweisungsantrag für die W3-Stelle Nachfolge Erdős wurde von der Hochschulleitung genehmigt. Die Bewerbungsfrist zur W2-Stelle Nachfolge Derenthal endete am 15. Mai, die erste Sitzung der Berufungskommission war am 23. Mai.

Auf die W2-Stelle Nachfolge von Renesse hat Herr Zakhar Kabluchko (Ulm) den Ruf erhalten, Herr Oliver Goertsches (Hamburg) hat den Ruf auf die W2-Stelle Nachfolge Cieliebak angenommen.

Der Leiter unseres Rechenzentrums, Priv.-Doz. Dr. Martin Kerscher, wird die Mathematik verlassen und ab September eine Ratsstelle in der Physik im Bereich Studium antreten. Die Stelle ist derzeit ausgeschrieben.

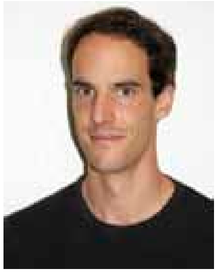
Neu am Institut

Prof. Thomas Vogel

Seit April 2014 ist Thomas Vogel aus München W2-Professor am Mathematischen Institut der LMU.
Er hat zuerst an der Universität München Physik studiert und wechselte dann zum Fach Mathematik. Nach dem Diplom im Jahre 2000 begann er eine Promotion über Engelstrukturen bei Herrn Prof. D. Kotschick, 2004 wurde diese Arbeit abgeschlossen. Als Assistent von Herrn Prof. B. Leeb blieb er zuerst in München, bevor er zwischen Winter 2005 und Winter 2006 jeweils ein Semester in Philadelphia, Princeton und Stanford verbrachte. Danach kehrte er 2007 als Assistent von Prof. B. Leeb an die LMU zurück. Im Sommer 2009 wurde er Advanced Researcher am Max-Planck-Institut in Bonn, wo er bis 2014 blieb und habilitierte.
In seiner Forschung beschäftigt er sich insbesondere mit geometrischen Strukturen auf Mannigfaltigkeiten, die – anders als etwa Riemannsche Metriken oder Lie-Gruppen – zwar in hinreichend kleinen Gebieten äquivalent sind, also genau gleich aussehen, aber deren globale Gestalt mit der Struktur des zugrunde liegenden Raumes trotz der Abwesenheit lokaler Invarianten auf interessante Weise wechselwirkt. Beispiele für solche Strukturen sind Blätterungen, Kontaktstrukturen und symplektische Strukturen, die auch in der Physik eine wichtige Rolle spielen.
Typisch für solche Strukturen ist eine große Flexibilität, wenn man Deformationen oder Automorphismsm konstruieren möchte. Diese Flexibiltät hat aber Grenzen, deren Bestimmung den Reiz der symplektischen Geometrie, Kontakttopologie oder von Blätterungen ausmachen.

Neu am Institut

Prof. Sven Bachmann



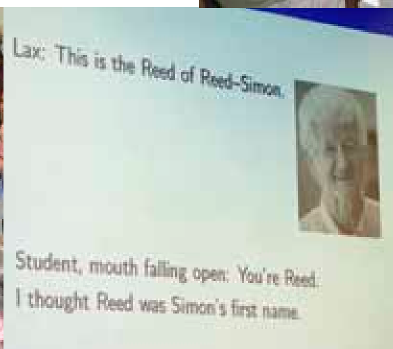
Sven Bachmann ist seit 1. Oktober 2013 W2-Professor für Angewandte Mathematik am Mathematischen Institut der LMU im Rahmen des Elite-Masterstudiengangs Theoretische und Mathematische Physik (TMP). Seine Forschung gilt den Eigenschaften von quantenmechanischen Mehrkörpersystemen in der Festkörperphysik, die nur durch eine rigorose mathematische Analyse zu verstehen sind.
Geboren wurde Sven Bachmann 1980 in der Westschweiz mit Ausblick über die Alpen, deren Nähe zu München er jetzt besonders genießt. Nach seinem Master in Physik an der École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) und einer Diplomarbeit an der University of Waterloo, Kanada, wurde er 2009 am Institut für Theoretische Physik der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich (ETH) promoviert. Seine Doktorarbeit handelte von mathematischen Aspekten der Statistischen Physik aus dem Gleichgewicht, genauer über Ströme von Teilchen und deren thermische und quantenmechanische Fluktuationen. Anschließend war Sven Bachmann am Department of Mathematics der University of California, Davis, als Postdoc und „Arthur J. Krener Assistant Professor" tätig.
An der LMU vertritt Herr Bachmann in der Forschung und Lehre die Angewandte Analysis und die Mathematische Physik. Wie die Mathematik dazu beiträgt, physikalische Phänomene grundsätzlich zu verstehen, und wie mathematische Beweise sich von der physikalischen Intuition auch ernähren können, sind ihm bei der Forschung als auch bei der Lehre besonders wichtig.

Ehrenpromotion von Barry Simon (Caltech)

Die Laudatio hielt Prof. Percy Deift.

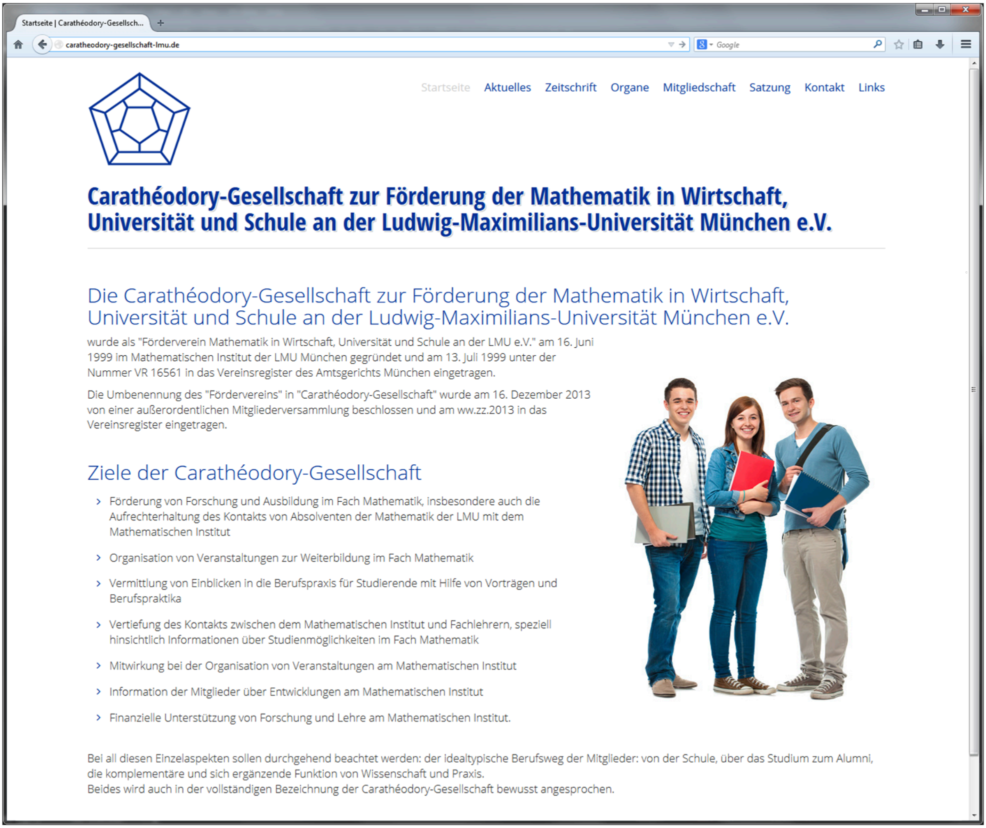
Die Mathematische Physik widmet sich der mathematischen Untersuchung physikalischer Gesetze. Barry Simon hat die analytische und stochastische Seite dieser Disziplin mit seinem Werk wie kein zweiter in jüngerer Vergangenheit beeinflusst. Sein vierbändiges Werk „Methods of Modern Mathematical Physics“ ist ein Standardwerk, das ihn weit über den engeren Kreis der Fachleute bekannt gemacht hat. Seine Arbeiten zu Schrödingeroperatoren, Quantenfeldtheorie und Statistischer Mechanik sind auch für die aktuelle Forschung an unserer Fakultät grundlegend.
Die Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik hat dem großen Wissenschaftler ihre Anerkennung gezollt und ihn am 11. Februar 2014 ehrenhalber promoviert.
Simons Einfluss wurde auch bei dem der Promotion vorangehenden Kolloquium und der offiziellen Zeremonie in der Carl-Friedrich-von-Siemens-Stiftung deutlich. Beide Veranstaltungen zogen Wissenschaftler aus dem gesamten deutschsprachigen Raum und darüber hinaus an.
Wir begrüßen Prof. Dr. h.c. mult. Barry Simon, Ph.D., als den dritten Ehrendoktor unserer Fakultät.

Heinz Siedentop



Impressionen vom Vortrag „Tales of Our Forefathers“

Der neue Internetauftritt der Carathéodory-Gesellschaft



Im Zuge der Umstrukturierung des Fördervereins, zu der unter anderem die Umbenennung in Carathéodory-Gesellschaft gehörte, wurde auch der Internetauftritt des Vereins neu gestaltet. Neues Design und verbesserte Funktionalität sind die Hauptmerkmale des neuen Internetgesichts. Aber auch technologisch wurde die Webseite an neue Standards angepasst. Bei der Neugestaltung stand die Verbindung von Ästhetik und Inhalt im Vordergrund, um dem Besucher die eigentlichen Informationen in sehr gut lesbarer Form und mit einem gepflegten Erscheinungsbild präsentieren zu können.

Die aktuellen Neuigkeiten der Carathéodory-Gesellschaft können per RSS-Feed abonniert werden. Parallel dazu wird Aktuelles in Kurzform auch über Twitter und Facebook bekanntgegeben.

Neue Ausgaben der Zeitschrift mathe-lmu.de werden in Digitalform auf der Webseite zur Verfügung gestellt, wo außerdem auch das gesamte Archiv der mathe-lmu.de zu finden ist.

Die neue Webseite wird voraussichtlich ab Juli unter www.caratheodory-gesellschaft-lmu.de zu finden sein.

Gregor Pastuszko

Gelungener Start ins Studium

Viele Studierende haben in den ersten Semestern ihres Mathematikstudiums große Schwierigkeiten. Das Mathematikstudium erfordert von Anfang an Denk- und Arbeitsweisen, die in der Schule nicht gelernt wurden.

Die LMU und TU München bieten daher zum Wintersemester 2014/15 je einen zweiwöchigen Brückenkurs an, der den Einstieg ins Studium erleichtern soll. Zur Teilnahme sind jeweils auch Studierende der anderen Universität herzlich eingeladen.

Die Brückenkurse haben sich für einen erfolgreichen Studienbeginn als hilfreich erwiesen und werden gut angenommen. Neben der fachlichen Vorbereitung bietet das zusätzliche Rahmenprogramm gute Möglichkeiten, Universität, Stadt und zukünftige Mitstudierende kennen zu lernen und Kontakte zu knüpfen.

Evaluation

Beide Kurse werden von den beteiligten Arbeitsgruppen gemeinsam mit dem Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie evaluiert. Wir würden uns sehr freuen, wenn Sie am gesamten Kurs inklusive der Evaluation teilnehmen.

LMU Ludwig-Maximilians-Universität München

TUM Technische Universität München

Brückenkurse Mathematik

für StudienanfängerInnen der Fächer

Mathematik,
Wirtschaftsmathematik und
Lehramt Gymnasium oder berufliche Schulen mit Unterrichtsfach Mathematik

an der LMU oder TU München

Konzept

Die Brückenkurse legen insbesondere Wert auf Kompetenzen, die für das Mathematikstudium besonders wichtig sind. Themen der Kurse sind z.B.

- Wiederholen und Vertiefen von Schulmathematik, die in den ersten Semestern des Studiums eine Rolle spielt
- Kennenlernen neuer Themenbereiche der Mathematik
- Einüben typischer mathematischer Arbeitsweisen, wie z.B. Beweistechniken
- Aufbau von Lernstrategien für das Mathematikstudium
- auch Lehramtsspezifisches, wie z.B. Erklären eigener Lösungen, Möglichkeiten zur Veranschaulichung mathematischer Zusammenhänge
- Rahmenprogramm zum Kennenlernen von Universität, Stadt und Mitstudierenden

Die Kurse werden von Dozenten der Lehrstühle für Didaktik der Mathematik der LMU und TU München abgehalten. Sie finden in festen Lerngruppen statt, so dass die **Teilnahme nur am gesamten Programm** mit allen Kursterminen möglich ist.

Der Brückenkurs LMU

richtet sich an StudienanfängerInnen **beider** Universitäten der/des

- **(Wirtschafts-)Mathe Bachelor**
- **Lehramts Gymnasium**

Zeitraum

01.09.–12.09.2014, Mo–Fr, 9^{00}–16^{00}

Ort

Mathematisches Institut der LMU
Theresienstraße 39
neben der Pinakothek der Moderne
Bus/Tram Pinakotheken
U-Bahn Odeonsplatz/Theresienstr.

Anmeldung und Website

www.ed.math.lmu.de/Brueckenkurs

Kontakt

Prof. Dr. Stefan Ufer
Dr. Freydis Vogel
Sarah Ottinger
Mathematisches Institut der LMU
Lehrstuhl für
Didaktik der Mathematik
Theresienstraße 39
80333 München
Tel. +49 89 2180–4605
ottinger@math.lmu.de

Für wen?

Die Brückenkurse richten sich an Studierende, die zum Wintersemester 2014/15 ein Bachelorstudium Mathematik, Wirtschaftsmathematik oder ein Lehramtsstudium für Gymnasium oder berufliche Schulen mit Unterrichtsfach Mathematik an der LMU oder TU München beginnen.

Anmeldung

Die Teilnahme an den Kursen ist nur nach vorheriger Anmeldung möglich. Da die Anzahl der Kursplätze begrenzt ist, melden Sie sich bitte rechtzeitig an.

Noch Fragen?

Kein Problem. Zögern Sie nicht uns anzusprechen! Emailadressen und Telefonnummern finden Sie auf der Seite.

Der Brückenkurs TUM

richtet sich an StudienanfängerInnen **beider** Universitäten des

- **Lehramts Gymnasium**
- **Lehramts berufliche Schulen**

Zeitraum

08.09.–19.09.2014, Mo–Fr, 9^{00}–16^{00}

Ort

TUM School of Education
Marsstraße 20–22
Bus/Tram/U-/S-Bahn Hauptbahnhof

Anmeldung per Email an

melanie.fischer@tum.de

Website

www.ma.edu.tum.de/lehre-und-studium/brueckenkurs

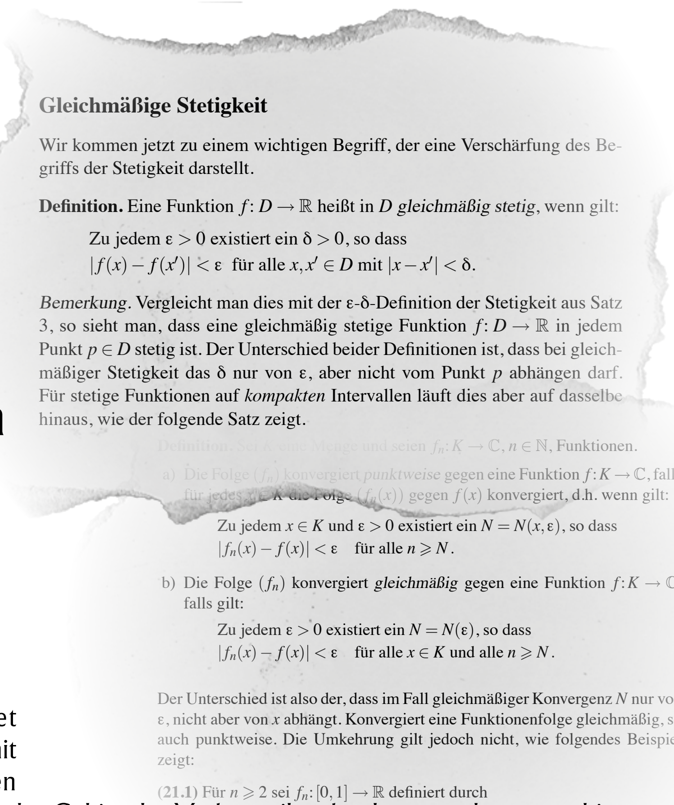
Kontakt

Dr. Andreas Obersteiner
Melanie Fischer
TUM School of Education
Heinz Nixdorf-Stiftungslehrstuhl für
Didaktik der Mathematik
Marsstraße 20–22
80335 München
Tel. +49 89 289–23719

Probestudium Mathematik – LMU-Mathe-Sommer 2014

25. 8. 2014 bis 29. 8. 2014

Präzises Beweisen am Beispiel der Analysis



Gleichmäßige Stetigkeit

Wir kommen jetzt zu einem wichtigen Begriff, der eine Verschärfung des Begriffs der Stetigkeit darstellt.

Definition. Eine Funktion $f\colon D \to \mathbb{R}$ heißt in D *gleichmäßig stetig*, wenn gilt:

Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert ein $\delta > 0$, so dass
$|f(x) - f(x')| < \varepsilon$ für alle $x, x' \in D$ mit $|x - x'| < \delta$.

Bemerkung. Vergleicht man dies mit der ε-δ-Definition der Stetigkeit aus Satz 3, so sieht man, dass eine gleichmäßig stetige Funktion $f\colon D \to \mathbb{R}$ in jedem Punkt $p \in D$ stetig ist. Der Unterschied beider Definitionen ist, dass bei gleichmäßiger Stetigkeit das δ nur von ε, aber nicht vom Punkt p abhängen darf. Für stetige Funktionen auf *kompakten* Intervallen läuft dies aber auf dasselbe hinaus, wie der folgende Satz zeigt.

Definition. Sei K eine Menge und seien $f_n\colon K \to \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$, Funktionen.

a) Die Folge (f_n) konvergiert *punktweise* gegen eine Funktion $f\colon K \to \mathbb{C}$, fall[s] für jedes $x \in K$ die Folge $(f_n(x))$ gegen $f(x)$ konvergiert, d.h. wenn gilt:

Zu jedem $x \in K$ und $\varepsilon > 0$ existiert ein $N = N(x, \varepsilon)$, so dass
$|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ für alle $n \geqslant N$.

b) Die Folge (f_n) konvergiert *gleichmäßig* gegen eine Funktion $f\colon K \to \mathbb{C}$, falls gilt:

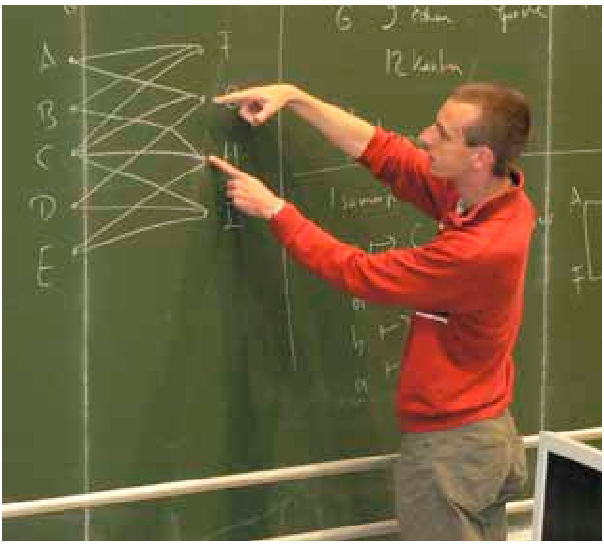
Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert ein $N = N(\varepsilon)$, so dass
$|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ für alle $x \in K$ und alle $n \geqslant N$.

Der Unterschied ist also der, dass im Fall gleichmäßiger Konvergenz N nur vo[n] ε, nicht aber von x abhängt. Konvergiert eine Funktionenfolge gleichmäßig, s[o] auch punktweise. Die Umkehrung gilt jedoch nicht, wie folgendes Beispie[l] zeigt:

(**21.1**) Für $n \geqslant 2$ sei $f_n\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ definiert durch

Leiter:
Prof. Dr. Franz Merkl

Der LMU-Mathe-Sommer bietet Ihnen einen Einblick ins Studium mit seinen typischen Veranstaltungen sowie die Gelegenheit, ein spannendes Gebiet der Mathematik näher kennenzulernen und in kleinen Gruppen interessante Problemstellungen selbstständig zu lösen. Die Teilnahme wird Ihnen den Einstieg ins Mathematik-Studium und in verwandte Studiengänge erleichtern.



Das Thema

Manche Mathematikstudierende haben am Anfang des Studiums keine klare Vorstellung davon, welcher hohe Präzisionsgrad und Abstraktionsgrad sie im Studium erwartet. Insbesondere muss man das logische Argumentieren und präzise Beweisen erst erlernen und von vagen, unscharfen Plausibilitätsargumenten zu unterscheiden lernen. Das Probestudium Mathematik 2014 hat das Ziel, am Beispiel der Analysis ein möglichst realistisches Bild des Mathematikstudiums im ersten Semester zu bieten. An Hand von

typischen Argumentationen aus der Analysis wird das Konzept prädikatenlogischer Herleitungen eingeführt, mit besonderem Akzent auf dem präzisen Umgang mit den Quantoren „für alle“ und „es existiert“. Man lernt dabei zum Beispiel, was die Begriffe „gleichmäßig“ und „punktweise“ bedeuten und wie sie korrekt eingesetzt werden. Das soll auch dazu beitragen, typische Anfangsschwierigkeiten beim Erlernen der Universitätsmathematik leichter zu überwinden.

Zielgruppe

Schülerinnen und Schüler in den letzten Schuljahren vor dem Abitur, die sich über die Bachelorstudiengänge Mathematik und Wirtschaftsmathematik sowie die Lehramtsstudiengänge (insbesondere gymnasiales Lehramt) an der Ludwig-Maximilians-Universität München informieren wollen.

Wie läuft der LMU-Mathe-Sommer ab?

Vormittags wird täglich eine Vorlesung stattfinden. Am Nachmittag gibt es Übungen in kleinen Gruppen, Exkursionen in Münchner Museen und Kunstausstellungen, Kurzvorträge zu mathematischen Themen, sowie zum Ausklang eine Abschlussfeier.

Was kostet die Teilnahme?

Eine Teilnahmegebühr wird nicht erhoben. Die Arbeitsmaterialien für die Übungen werden gestellt. Die mittägliche Verpflegung in der Mensa (freiwillig) kostet 3 – 4 € pro Tag. Anreise- und Übernachtungskosten müssen Sie leider selbst tragen. Wir informieren Sie aber gerne über günstige Übernachtungsmöglichkeiten.

Weitere Informationen finden Sie hier:

Mathematisches Institut
LMU München
Kontaktbüro Probestudium
Dr. Gabriela Wabnitz
Theresienstraße 39
80333 München
Telefon: 089 2180 4427
probestudium@math.lmu.de
http://www.lmu-mathe-sommer.de

Bachelor- und Masterstudiengänge

Die mathematischen Bachelor- und Masterstudiengänge der Ludwig-Maximilians-Universität München sind nach einem mehr als einjährigen Prozess akkreditiert worden. Dieses Qualitätssiegel bestätigt, dass diese Studiengänge allen formalen Anforderungen entsprechen.

evalag
EVALUATIONSAGENTUR BADEN-WÜRTTEMBERG
Akkreditierung

Als 1999 die Bildungsminister aus 29 europäischen Staaten in Bologna eine gemeinsame Erklärung zur europaweiten Harmonisierung von Studiengängen unterzeichneten, brachten sie den danach benannten Bolognaprozess in Gang, der in den folgenden Jahren auf dem ganzen Kontinent zu wesentlichen Reformen der Hochschulausbildung führte. Für deutsche Universitäten bedeutete dies nicht nur den Übergang von traditionellen Diplom- und Magisterstudiengängen zu gestaffelten Studiengängen mit Bachelor- und Masterabschlüssen, sondern es sollte auch die Autonomie der Hochschulen gegenüber den Ministerien bei der Gestaltung von Studiengängen gestärkt werden. Zur Sicherstellung der – auch internationalen – Vergleichbarkeit von Studienleistungen und -abschlüssen wurde dafür das Instrument der „Akkreditierung“ eingeführt, eine Qualitätskontrolle, die bestätigt, dass die neuen Studiengänge die vielfältigen formalen Vorgaben tatsächlich auch erfüllen.

Mittelfristig sollen alle Studiengänge der LMU akkreditiert werden. In einem ersten größeren Schritt hatte sich die Hochschulleitung entschlossen, zunächst die naturwissenschaftlichen Bachelor- und Masterstudiengänge akkreditieren zu lassen, da diese auch als erstes ins Bachelor- und Mastersystem umgestellt worden waren. Dies sollte in Form einer „Clusterakkreditierung“ erfolgen, das heißt, es wurden mehrere verwandte Studiengänge zusammengefasst, so dass gemeinsame Merkmale auch gemeinsam bewertet werden konnten. In der Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik wurden zwei Cluster gebildet, einer aus den Studiengängen der Mathematik und Statistik und einer bestehend aus den Studiengängen der Informatik. Zusätzlich wurde das System der Nebenfächer, aus denen sich viele Hauptfächer bedienen, zentral einer Begutachtung unterzogen.

In einem ersten Schritt hatten die Cluster nun eine Reihe von Dokumenten einzureichen: In einer Selbstdokumentation waren die Studiengänge anhand eines zwanzigseitigen Fragenkatalogs unter den Aspekten „Profil des Studiengangs“, „Curriculum“, „Zulassung/Studienbeginn“, „Studierbarkeit“, „Beschäftigungsfähigkeit/Anschlussfähigkeit“, „Personelle und sächliche Ressourcen“, „Qualitätssicherung und -entwicklung“ ausführlich dargestellt worden. Weiterhin war ein Modulhandbuch zu erstellen, in dem für jedes Modul neben mehr formalen Punkten wie Umfang, Prüfungsform oder zeitliche Verortung im Studienverlauf vor allem die Inhalte und Qualifikationsziele beschrieben werden. Für letztere sind allgemeinere Fähigkeiten und Kenntnisse als nur „Beherrschung der Inhalte“ anzugeben. Für Analysis einer Veränderlichen liest sich das zum Beispiel als

„Das Ziel des Moduls ist es, die Studierenden mit den grundlegenden Fragestellungen und methodischen Ansätzen der Analysis einer reellen Veränderlichen vertraut zu machen. Mit dem erworbenen Wissen sind sie in der Lage, mathematische Prozesse richtig zu verstehen und auf der Grundlage analytischer Theorien einzuordnen. Das erlernte Basiswissen ist die Voraussetzung für den Besuch aufbauender Veranstaltungen, die die erlernten Grundlagen tiefergehend behandeln.“

Dazu kommen als Anlagen die Studien- und Prüfungsordnung, ein Musterzeugnis, ein Muster-Transcript of Records, gegebenenfalls eine Eignungssatzung, eine Aufstellung über die Nutzung des Erasmusprogramms, eine Aufstellung des Personals des Studiengangs, wissenschaftliche Kurzlebensläufe aller beteiligten Lehrenden und Materialien zur Evaluation der Lehrveranstaltungen. Alleine für die vier mathematischen Studiengänge füllten alle diese Unterlagen zusammen zwei Leitzordner.

Diese Unterlagen wurden am Mathematischen Institut erstellt und durch die Akkreditierungsagentur evalag an ein externes Gutachtergremium weitergeleitet, das aus Professorinnen und Professoren aus Mathematik, Statistik und Wirtschaftsmathematik, einem Studierendenvertreter und einem Vertreter der Berufspraxis, in diesem Fall einem Versicherungsmathematiker, bestand.

Diese Gutachterinnen und Gutachter kamen dann im vergangenen Oktober zu einer zweitägigen Ortsbegehung in die LMU, wo sie sich in Gesprächen mit Lehrenden, Studierenden, Hochschul-, Fakultäts- und Studiengangsleitung, Alumni und einer Besichtigung der Räumlichkeiten einen eigenen Eindruck verschafften. Anschließend verfassten sie einen umfangreichen Bericht, zu dem dann nochmals die Universität Stellung beziehen konnte und auf dessen Basis der Akkreditierungsrat seine Entscheidung fällte: Alle Studiengänge des Clusters erhielten die Akkreditierung mit der maximalen Laufzeit von fünf Jahren, wobei für die wirtschaftsmathematischen Studiengänge eine Auflage innerhalb der kommenden Monate erfüllt werden muss. Zentrale Forderung der Auflage ist eine Erhöhung des Anteils an Diskreter Mathematik im Bachelorstudiengang Wirtschaftsmathematik, insbesondere wird die Einführung eines Moduls „Optimierung“ verlangt. Der Masterstudiengang Wirtschaftsmathematik wird voraussichtlich in „Finanzmathematik“ umbenannt, um so den Studieninhalten besser Rechnung zu tragen.

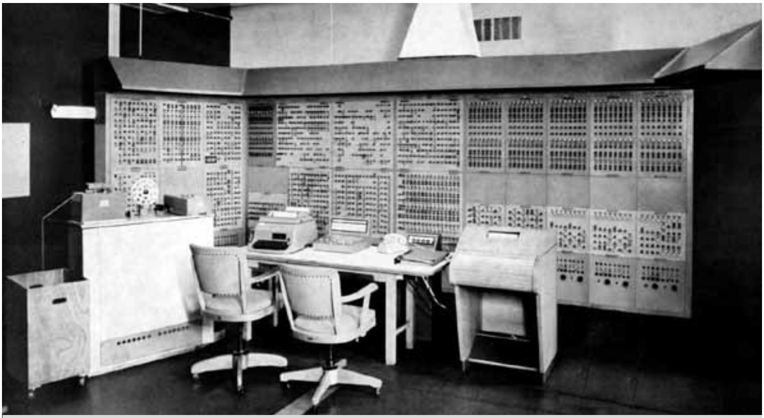
Neben dieser Auflage gab die Gutachtergruppe eine Reihe von Empfehlungen, die allesamt auf eine Verbesserung der Ausbildung abzielen. So soll zum Beispiel im Mathematikbachelor den überfachlichen Qualifikationen und der Programmierausbildung mehr Raum gegeben werden. Ein zentraler Punkt in den Empfehlungen, der im Mathematischen Institut schon länger eingehend diskutiert wird, betrifft die wöchentlich gestellten Übungsaufgaben, deren Bearbeitung in geeigneter Form verpflichtend gemacht werden soll.

Alle diese Änderungen werden in den kommenden Monaten umgesetzt werden.

Robert Helling

Vom Latein zur Mathematik

Im Jahr 1958 habe ich am humanistischen Gymnasium Paulinum in Münster (Westfalen) das Abitur gemacht. In der Schule haben mich die alten Sprachen sehr interessiert, wobei ich aber in Physik und Mathematik die besseren Noten hatte.
Zu Beginn des Studiums an der Westfälischen Wilhelms-Universität war ich noch unentschieden und habe mich für Latein und zusätzlich für Mathematik, Physik und Chemie für das Lehramt eingeschrieben. Allerdings war unser Lateinlehrer Dr. Altevogt auch Dozent an der Universität; in seinem Seminar ging es ebenso zu wie in der Schule. Das war mir zu langweilig, und ich habe mich auf die Mathematik und Naturwissenschaften konzentriert. Aus meiner Abiturientia sind immerhin drei Mathematik/Informatik-Professoren hervorgegangen: Olaf Kraft an der RWTH Aachen, Norbert Schmitz an der Universität Münster und ich in der Informatik der Universität der Bundeswehr München. Von einem humanistischen Gymnasium hätte man das nicht unbedingt erwartet. Aber wir sind uns einig, dass wir für unser Mathematikerleben in der Schule am meisten vom Lateinunterricht profitiert haben.
Die Mathematik-Vorlesungen in Münster haben wir bei Remmert, Petersson und Sommer gehört. Anfangs hatten wir erhebliche Schwierigkeiten, doch am Ende des zweiten Semesters haben wir alle Scheine bekommen.
Nach dem zweiten Semester habe ich den Studienort und die Universität gewechselt und an der Ludwig-Maximilians-Universität in München weiter studiert. Da ich zunächst noch das Lehramt als Ziel hatte, habe ich das Pädagogikum und das Philosophikum abgelegt. In Bayern hätte eines von beiden genügt, in Nordrhein-Westfalen wurde beides verlangt. Doch dann fand ich die Mathematik-Vorlesungen, vor allem die Vorlesungen von Hans Richter, so schön, dass ich beschloss, nicht in die Schule zu gehen, sondern „richtiger“ Mathematiker zu werden. Entsprechend habe ich also das Vordiplom in Mathematik abgelegt. Außer bei Richter habe ich vor dem Vordiplom noch Mathematik-Vorlesungen bei Aumann, Bierlein, Seebach und R. Schmidt gehört.
Nach dem Vordiplom habe ich als Tutor Übungen zu verschiedenen Mathematik-Vorlesungen betreut. Ich muss sagen, dass ich durch die Notwendigkeit, meine Korrekturentscheidungen zu begründen und den Stoff den Studenten verständlich zu machen, erst richtig Mathematik gelernt habe.
Neben dem Studium an der LMU meinte ich, als Mathematiker sollte ich doch wissen, was es mit den „Elektronengehirnen“ auf sich hat, und habe als Gasthörer an der TUM erste Erfahrungen in der Programmierung der PERM (Programmgesteuerte Elektronische Rechenanlage München) gesammelt, die ich als Werkstudent bei Siemens an der 2002 erweiterte.
Nach dem Diplom wurde ich wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Kommission für Elektronisches Rechnen (heute Leibniz-Rechenzentrum) der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, zunächst auf einer von der DFG finanzierten Stelle. In einer kleinen Gruppe (Urich, Paul, Bandelow und ich) befassten wir uns in einem DFG-Projekt mit Problemen des Teilnehmer-Rechenbetriebs. Dabei entwi-



PERM

ckelte ich ein stochastisches Modell für eine optimale Rechenzeitzuteilung, woraus sich später meine Dissertation entwickelt hat.

Meine Hauptaufgabe am Rechenzentrum war die Betreuung von Benutzern unserer Rechenanlage Telefunken TR4, insbesondere bei statistischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Problemen. Da man die Anwendung der Statistik nur dann vernünftig betreiben kann, wenn man das Anwendungsproblem wenigstens in den Grundzügen verstanden hat, habe ich Anwendungsprobleme aus fast allen Fakultäten kennen gelernt (sogar einen Theologen habe ich betreut). Eine wichtige Erfahrung dabei war, dass die Verständigung unter verschiedenen Fächern nicht immer leicht war: Oft benutzten die Leute statistische Termini, aber nicht im richtigen Sinne. In den Diskussionen mit einem Professor der Biomedizin hatte ich dieses Problem. Er meinte etwas anderes, als was er sagte. Als ich ihn endlich verstanden hatte und fragte „Meinen Sie vielleicht …", war seine Antwort „Ja, das erzähle ich Ihnen doch schon seit drei Wochen!" Danach haben wir uns aber gut verstanden und ein gemeinsames Paper in der Zeitschrift „Blut" veröffentlicht.

Die insgesamt zehn Jahre, die ich am Leibniz-Rechenzentrum beschäftigt war, wurden dazwischen für etwa zwei Jahre unterbrochen, in denen ich Verwalter einer wissenschaftlichen Assistentenstelle am Lehrstuhl für Mathematische Statistik der LMU war. 1972 wurde ich an der Fakultät für Mathematik der Ludwig-Maximilians-Universität promoviert. Thema der Dissertation war „Teilnehmerrechensysteme und stochastische Entscheidungsmodelle"; erster Berichterstatter war Prof. Seegmüller, zweiter Prof. Dr. Richter.

1973 begann der Lehrbetrieb an der neu gegründeten Universität der Bundeswehr in Neubiberg. Mit einem Lehrauftrag habe ich dort im Fachbereich Informatik die Anfängervorlesungen „Infinitesimalrechnung I, II" gehalten. 1977 erhielt ich dorthin einen Ruf auf die Professur „Systemprogrammierung und Betriebsprogramme", den ich annahm. In den Vorlesungen habe ich „Systemprogrammierung", „Betriebssysteme", „Rechnernetze" und andere Informatik-Vorlesungen gehalten, daneben aber auch mathematische Vorlesungen wie „Infinitesimalrechnung", „Warteschlangentheorie", „Modellierung von Ungewissheit" und andere. In der Forschung habe ich mich mit stochastischen Modellen für Abläufe in Rechensystemen und Netzen, mit der Modellierung von Ungewissheit durch unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsbegriffe und Fuzzy-Theorie befasst.

2003 habe ich die Altersgrenze erreicht und wurde pensioniert. Danach habe ich mir vorgenommen, das zu Unrecht negative Bild der Mathematik in der Öffentlichkeit zu verbessern. Dazu veranstalte ich gelegentlich Führungen durch die Informatik-Abteilung des Deutschen Museums; die ersten drei Computer, die ich programmiert habe, stehen jetzt dort. In den Volkshochschulen in Ottobrunn und der Umgebung halte ich regelmäßig Vorträge zu Themen, die auch für Laien zunächst leicht zu verstehen sind, an denen wir Mathematiker aber sehr zu knabbern haben. Das gibt dann Gelegenheit, große Mathematiker aus der Geschichte vorzustellen und Hinweise auf moderne Anwendungen zu geben. Beispiele sind das Königsberger Brückenproblem, Leonhard Euler und die Graphentheorie, ohne die keine Fahrplanung und Navigationsgeräte denkbar wären. Andere Themen sind „Der Goldene Schnitt in Kunst, Natur und Mathematik“, „Kalender der Völker“, „Vom Rechenstein zum Supercomputer“, sowie viele andere.

Neben diesen Vorträgen für Erwachsene gehe ich auch regelmäßig in Grundschulen in Ottobrunn und Umgebung und mache mit Kindern der dritten und vierten Klasse Mathematik nach dem Motto „Mathematik ist nicht dummes Rechnen, sondern macht richtig Spaß!“ Es freut mich immer wieder, wie engagiert die Kinder mitmachen. Ein Junge ist sogar später mit seinem Vater zu einem Vortrag in der Volkshochschule gekommen.

So bin ich auch zehn Jahre nach meiner Pensionierung gut mit Mathematik beschäftigt und an einigen kleinen Problemen puzzele ich immer noch gerne herum.

Fritz Lehmann

Eine Information für die Mitglieder unseres Fördervereins Mathematik

Umstellung der Lastschrifteinzüge vom Einzugsermächtigungsverfahren auf das SEPA-Basis-Lastschriftverfahren und weitere Nutzung Ihrer Einzugsermächtigung

Liebes Mitglied unseres Vereins,

wir nutzen zum Einzug Ihres Mitgliedsbeitrages (und vorab angebotener regelmäßiger Spenden) in den meisten Fällen die Lastschrift (Einzugsermächtigungsverfahren).

Als Beitrag zur Schaffung des einheitlichen Euro-Zahlungsverkehrsraums (Single Euro Payments Area, SEPA) stellen wir ab 2014 auf das europaweit einheitliche SEPA-Basis-Lastschriftverfahren um. Die von Ihnen bereits erteilte Einzugsermächtigung wird dabei als SEPA-Lastschriftmandat weitergenutzt. Dieses Lastschriftmandat wird durch die Mandatsreferenz (Ihre Mitgliedsnummer) und unsere Gläubiger-Identifikationsnummer (DE83ZZZ00001320779) gekennzeichnet, die von uns bei allen Lastschrifteinzügen angegeben werden. Da diese Umstellung durch uns erfolgt, brauchen Sie nichts zu unternehmen.

Wir werden so – wie gewohnt, aber unter unserem neuen Namen **Carathéodory-Gesellschaft zur Förderung der Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.** (kurz: „Förderverein Mathematik“ oder „Carathéodory-Gesellschaft“) – jedes Jahr Ihren Mitgliedsbeitrag (20 Euro pro Jahr) – und in den speziellen Fällen einer vorab angebotenen regelmäßigen Spende auch diese – in der zweiten Jahreshälfte abbuchen (in 2014 frühestens 14 Tage, nachdem diese Information veröffentlicht wurde).

Sie können innerhalb von 8 Wochen, beginnend mit dem Belastungsdatum, die Erstattung des belastenden Betrags verlangen. Es gelten dabei die mit dem Kreditunternehmen vereinbarten Bedingungen.
Sofern Sie dazu noch Fragen haben, kontaktieren Sie mich bitte unter
markus.martini@t-online.de

Markus Martini
Schatzmeister des Fördervereins Mathematik

Helmut Röhrl (1927-2014), ein Münchner Mathematiker

Helmut Röhrl studierte von 1946 bis 1949 Mathematik an der Universität München. Er steuerte geradeswegs auf eine Promotion zu und schloss sein Studium mit der Dissertation „Über Differentialsysteme, welche aus multiplikativen Klassen mit exponentiellen Singularitäten entspringen“ ab. Als Betreuer hatte er sich Prof. Robert König (zusammen mit Oskar Perron) ausgesucht. Röhrl sagte mir einmal: „Ich wollte promovieren. Und wenn der König die Arbeit nicht angenommen hätte, dann wäre ich damit einfach zu einem anderen gegangen.“ Gleich nach der Promotion übernahm er für zwei Jahre eine Assistentenstelle an der Universität Würzburg und kam 1951 auf eine der zwei Assistentenstellen am Mathematischen Institut der LMU nach München zurück. 1953 folgte seine Habilitation über „Abelsche Integrale auf Riemannschen Flächen endlichen Geschlechts“. Nach einem Aufenthalt von 1953 bis 1954 in Münster bei Heinrich Behnke verbrachte er die Jahre 1954 bis 1958 wieder an der Universität München, diesmal als Privatdozent.

Helmut Röhrl wuchs im Spannungsfeld des 2. Weltkrieges und des Umbruchs danach auf. Er wurde am 22. März 1927 in Straubing geboren. 1933 wurde er eingeschult und wechselte 1937 ins Gymnasium Straubing. Hier zeigte sich frühzeitig sein Talent für Mathematik. Schon damals machte er sich selbständig weite Teile der Mathematik zu eigen. In der Unterstufe des Gymnasiums studierte er die elementare Zahlentheorie, in der Mittelstufe dann die Theorie der konvergenten Reihen mit ersten eigenen Resultaten dazu, kurz vor dem Verlassen der Schule schließlich begann er sich in das Gebiet der partiellen Differentialgleichungen einzuarbeiten. Es war ein Glücksfall für ihn, dass er einem Mathematiklehrer begegnete, der seine Entwicklung als Mathematiker wohl am meisten beeinflusste. Der Lehrer verschaffte seinem begabten Schüler geeignete Bücher für Gebiete, die ihn gerade interessierten, und studierte sie mit ihm. Aber auch von seinem Vater, Hans Röhrl, selbst Studienprofessor für Mathematik, wurde er wirkungsvoll unterstützt. Um auf seine Neugier zu antworten, schrieb ihm sein Vater zum Beispiel die vollständigen Lösungsformeln für Gleichungen dritten und vierten Grades auf – komplett mit der zugehörigen Herleitung. Und diesen Brief schrieb sein Vater im Felde, ohne Zugang zu Mathematik-Büchern. Begabung, Vererbung, Talent, das richtige Umfeld, anspruchsvolle Maßstäbe sich selbst und anderen gegenüber, das alles kam in idealer Weise zusammen, um diesen frühen Start für Helmut Röhrl zu ermöglichen.

Diese glückliche Entwicklung wurde im Jahre 1943 abrupt unterbrochen, als er im Alter von gerade mal 16 Jahren Luftwaffenhelfer wurde. Er wurde 1944 zum Reichsarbeitsdienst eingezogen und Anfang 1945 zur Luftwaffe. Er hatte Glück im Unglück. Verschiedene Ausbildungsphasen, so zum Beispiel zum Piloten, endeten damit, dass am Schluss kein Einsatz mehr möglich war, weil die notwendigen Flugzeuge oder andere Möglichkeiten dazu nicht mehr da waren. Der Gefangenschaft konnte er jedoch nicht unmittelbar entkommen. Erst bei einer Verlegung mit einem Güterzug aus Wilhelmshaven nach Nürnberg gelang es ihm im September 1945 zu fliehen und sich in seine Heimat Niederbayern abzusetzen. 1946, also

mit 19 Jahren, nahm Helmut Röhrl nach einem Not-Abitur das Studium der Mathematik an der LMU München auf.
Nach 1958 begann Röhrl intensiv nach mathematischen Wirkungsstätten zu suchen. Als Research Associate ging er an die University of Chicago (1958/59), dann als Professor nach Minneapolis (1959/64). In dieser Zeit nahm er aber auch eine Reihe von Angeboten auf Gastprofessuren an, 1962 Münster, 1962/63 Harvard University, 1964 Göttingen. 1964 fand er seine endgültige Wirkungsstätte als Full Professor an der University of California at San Diego. Maßgeblich war er dort am Aufbau des Mathematischen Instituts beteiligt und hat es so manchem deutschen Kollegen ermöglicht, dort eine Zeit lang zu forschen und mit ihm zusammenzuarbeiten.
München hat es verschiedentlich versucht, Helmut Röhrl auf einen Lehrstuhl zurück zu gewinnen, ebenso Göttingen, Heidelberg und mehrere amerikanische Universitäten. Aber er hat sich nicht mehr von Kalifornien trennen können. Er folgte allerdings weiter Einladungen auf Gastprofessuren: 1967/68 Princeton University, 1970 Fribourg, 1972/73 LMU München, 1975 Nagoya University, 1980 und 1990 Fernuniversität Hagen, 1981 und 1991 TU München.
Die wissenschaftlichen Interessen von Helmut Röhrl umfassten die Differentialgleichungen, die Komplexe Analysis, die Algebraische Geometrie und die Theorie der Algebren. Eine seiner berühmtesten Arbeiten trug den Titel „Das Riemann-Hilbertsche Problem der linearen Differentialgleichungen“. Mit ihr löste er das Riemann-Hilbertsche Problem (Hilbert 21) auf Riemannschen Flächen. In der Arbeit „Algebras and Differential Equations“ zeigte er tiefliegende Zusammenhänge zwischen polynomialen Differentialgleichungen und Algebren auf. Insgesamt umfasst sein Schriftenverzeichnis mehr als 80 Arbeiten. In späteren Jahren betrieb er dann Forschungen auf den Gebieten der Banach-Algebren, der Kategorientheorie, der Konvexitätstheorie und der Theorie von formal unendlichen Summen.
Der unruhige Geist von Helmut Röhrl gab sich jedoch nicht mit der mathematischen Arbeit allein zufrieden. Zu Wüstenfahrten und -durchquerungen, Wildwasserfahrten und Flügen mit Sportflugzeugen nahm er gern Kollegen mit. Diese Exkursionen fielen oft abenteuerlicher aus, als es sich seine Gäste vorgestellt hatten. Bergsteigen in schwierigstem Gelände, z.B. mit Jürgen Wellenkamp oder Friedrich Kasch (vgl. MATHE-LMU.DE, Nr. 26), reizte ihn ebenso.
Helmut Röhrl stellte hohe Anforderungen an sich und kostete solche Unternehmungen bis zur Grenze und vielleicht auch ein bisschen darüber hinaus aus. Dasselbe erwartete er von seinen Begleitern und Freunden. Über viele Jahre hinweg schürfte er unterirdisch in seiner Mine nach Turmalinen – mit schwerem Gesteinsbohrer, Dynamit und Schaufellader. Auch hierzu nahm er gern Kollegen und Freunde mit, die dann zu ihrem Erschrecken die Dynamitstangen tragen mussten. Seit seiner Jugend war er von Orchideen fasziniert und widmete dieser Leidenschaft viele Jahre, vor allem mit dem Züchten von Orchideen, schuf zahlreiche neue Hybriden und gewann viele Preise. Er publizierte zahlreiche Arbeiten über Orchideen und wurde im hohen Alter ein sehr anerkannter Preisrichter der American Orchid Society.
Am 30. Januar 2014 verstarb Helmut Röhrl nach langer Krankheit. Die Universität München kann stolz darauf sein, dass sie für viele Jahre die wissenschaftliche Heimat von Helmut Röhrl war.

Bodo Pareigis

Bericht über mein Auslandsjahr an der University of Warwick in Coventry

Im Oktober 2012 begann mein Erasmus-Jahr in England. Als Gasthochschule habe ich dabei die University of Warwick gewählt, die in England einen sehr guten Ruf für Mathematik genießt.

Die Ankunft war aufgrund meines zuvor gebuchten „Willkommenspaketes“ sehr angenehm. Ich wurde zusammen mit anderen Studenten vom Flughafen Birmingham abgeholt, zur Uni gebracht und nahm dort an einer 3-tägigen Orientierungsphase teil. Dabei wurde einem der Campus gezeigt, die Gegend um die Uni herum, die Städte Coventry und Leamington, und es gab Kennenlern-Veranstaltungen wie „Speed Networking“ für neue Studenten. Alles in allem ein perfekter Start, um in der neuen Umgebung schnell Fuß zu fassen und Anschluss zu finden.

In der darauffolgenden Woche ging es dann mit der Uni los, wobei die erste Woche noch sehr locker war, da sich alle Sportgruppen und „Societies“ vorstellten und um neue Mitglieder warben. Die University of Warwick bietet so ziemlich jede Sportart an, die man sich vorstellen kann. Außerdem gibt es für fast jedes Interessengebiet eine eigene Society. Jede Fakultät hat eine eigene Society, die Nachhilfe und Gruppenübungen anbietet, es gibt einen Fotoclub, eine Bier-Society, einen Filmclub, der übrigens das Uni-Kino organisiert, in dem fast jeden Abend ein Film vorgeführt wird. Eine sehr angenehme Art und Weise sein Sprachverständnis zu verbessern. Sehr zu empfehlen ist die Society „World @ Warwick“. Diese veranstaltet jedes Semester einen großen Ausflug (Nordirland Tour, Fahrt nach Edinburgh) und auch viele kleine Events wie eine Fahrt nach London zum Musical „König der Löwen“ oder ein wöchentlich stattfindendes „Language Café“, in dem man die verschiedensten Sprachen üben kann.

In Warwick werden sehr viele Sprachen gesprochen. Ich habe selten einen kulturell so vielfältigen Ort erlebt wie den Campus der University of Warwick. Dort habe ich Freunde aus USA, Kanada, Dubai, Indien, Hongkong, Italien, Polen, der Türkei und sicherlich noch anderen Ländern gefunden. Die hohe Dichte an internationalen Studenten liegt aber auch an dem guten Ruf englischer Universitäten. Es kommen Studenten aus allen Herren Ländern zum Studieren nach England. Bei dem vielfältigen Freizeitangebot, das die Uni dort bietet, ist die Ablenkung natürlich groß, und gerade als Erasmus Student, der das Land und die Leute kennenlernen will und dieses Jahr zu einer unvergesslichen Erfahrung machen will, fällt es schwer, sich intensiv auf das Lernen und die Vorlesungen zu konzentrieren.

Dennoch darf man nicht vergessen, dass man auch zum Studieren gekommen ist. Die Mathematik-Vorlesungen an der University of Warwick ähneln in der Art und Weise der Lehre sehr den deutschen Vorlesungen. Auch ist es nicht schwer zu folgen, da Begriffe wie Isomorphismus, bijektiv, injektiv u.v.m. in beiden Sprachen fast gleich klingen. Davor hatte ich zu Beginn nämlich etwas Angst. Was jedoch anders ist in England, man rechnet in Studienjahren, und jedes Jahr ist in Trimester unterteilt. Die ersten zwei Trimester sind dabei Vorlesungszeit, das dritte ist die Prüfungszeit. Ich persönlich finde diese Regelung einerseits schwierig, da man im Mai/ Juni die Dinge aus Oktober/November leicht vergisst, andererseits hat man viel Zeit zum

Lernen, da man nicht nebenbei noch in Vorlesungen gehen muss. Was auch angenehm ist, in allen Prüfungen gibt es einen großen Teil an „Bookwork". Bookwork heißt, dass Sätze und Definitionen abgefragt werden sowie leichte Beweise oder Rechnungen aus Vorlesung und Übung. Somit haben gerade Studenten, die sich mit Beweisen etwas schwer tun, bessere Chancen zu bestehen.

Das größte Highlight meines Aufenthalts war die Veranstaltung „Jailbreak". Hierbei werden im Vorfeld Spenden für eine Hilfsorganisation gesammelt, und anschließend findet eine Art Wettkampf statt, bei dem man innerhalb von 36 Stunden möglichst weit weg vom Campus kommen muss. Die Schwierigkeit dabei ist, dass kein Geld ausgegeben werden darf, weder für Transport noch für Essen. Das heißt, den Schaffner bitten, mit dem Zug fahren zu dürfen, versuchen eine Mitfahrgelegenheit zu finden, die einen per Anhalter mitnimmt, an Raststätten oder in Restaurants fragen, ob man eine Kleinigkeit zu essen bekommt. Ich war erstaunt, wie hilfsbereit die Leute sind, wenn sie erfahren, dass es um wohltätige Zwecke geht. Meine Teamkollegin und ich schafften es dabei bis nach Barcelona, was einer Entfernung von fast 1300 km entspricht!

Wie erhofft, war das Auslandsjahr eine unvergessliche Erfahrung für mich, und ich kann es nur allen Studenten wärmstens empfehlen, auch einmal ins Ausland zu gehen, sofern sie es noch nicht waren. Denn man hat selten die Möglichkeit, auf so leichte Art und Weise im Ausland zu leben und einen Einblick in ein anderes Land zu bekommen.

Marius Chlebisz

Ausflug nach Birmingham mit anderen Austauschstudenten

Jailbreak vor dem Start

33 Stunden später: Jailbreak, Ankunft in Barcelona

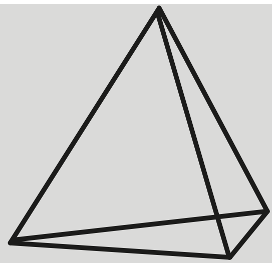
Rätselecke

Rolltreppe
Wenn ich mit meinem Hund die Rolltreppe nehme, läuft er sofort los und ist viel schneller oben als ich. Wer von uns hat dabei mehr Stufen erklimmen müssen?

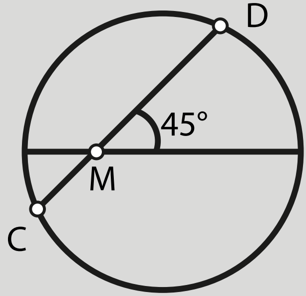
Das Schachbrett
Verteile 28 Dominosteine auf einem Schachbrett so, dass kein Dominostein auf dem Brett bewegt werden kann. Ein Dominostein sei dabei doppelt so lang und genau so breit wie ein Schachbrettfeld.

Kreise
Ein aus dem Papier ausgeschnittener Kreis wird auf einen anderen Kreis, der eine doppelte Fläche hat, so gelegt, dass der Rand den Mittelpunkt des größeren Kreises berührt. Was kann man über die Schnittpunkte der beiden Kreise sagen?

Tetraeder
Kann man durch einige Schnitte ein reguläres Papier-Tetraeder in einen Papier-Ring verwandeln? Gibt es auch eine Möglichkeit, die Aufgabe so zu lösen, dass die Breite des Papier-Ringes der Hälfte der Tetraeder-Kante entspricht?



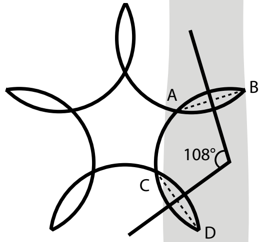
Der Punkt auf dem Durchmesser
Eine Sekante schneide einen Durchmesser eines Kreises unter einen 45°-Winkel. Der Schnittpunkt heiße M, die Schnittpunkte der Sekante mit dem Kreis C und D. Zeige, dass die Summe $\overline{CM}^2+\overline{DM}^2$ nicht von der Position des Punktes M auf dem Durchmesser abhängt.



Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 28

Kreisbögen

Die Schnittpunkte der Kreisbögen teilen sie jeweils in drei gleiche Teilbögen. Wie groß ist der dazugehörige Bogenwinkel?



Zeichnen wir die Mittelsenkrechten zu den Strecken AB, CD und entsprechend an den anderen Ecken, so erhalten wir ein reguläres Fünfeck, dessen Eckpunkte gerade die Mittelpunkte der jeweiligen Kreisbögen sind. Es sei x der gesuchte Winkel. Da die Winkelsumme im Fünfeck 540° beträgt, erhalten wir $2x = 540°/5$, also $x = 54°$.

Kieselsteine

Zwei Kinder am Strand haben aus mehreren Kieselsteinen einen Kreis gebildet und haben sich ein Spiel ausgedacht: Jeder darf abwechselnd ein oder zwei (von vornherein) benachbarte Kieselsteine wegnehmen; es gewinnt derjenige, der den letzten Stein bekommt. Kann derjenige, der als Zweiter am Zug ist, immer gewinnen?

Das Kind, das als Zweiter am Zug ist, gewinnt mit der folgenden Strategie immer: Nach dem ersten Zug des ersten Kindes sollte es ein oder zwei gegenüberliegende Steine wegnehmen, so dass die übriggebliebenen Steine zwei symmetrische Bögen bilden. Nach jedem weiteren Zug des ersten Kindes sollte es genau die Steine wegnehmen, die im anderen Bogen den vom ersten Kind weggenommenen Steinen entsprechen.

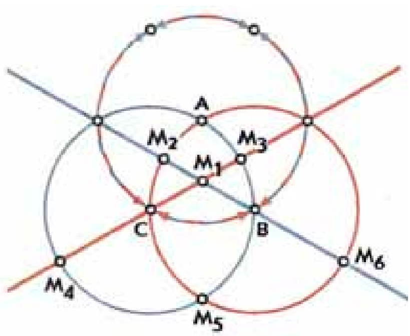
Rätsel

Wenn das Rätsel, das Sie gelöst haben, bevor Sie dieses Rätsel gelöst haben, schwieriger war als das Rätsel, das Sie gelöst haben, nachdem Sie das Rätsel gelöst haben, das Sie gelöst haben, bevor Sie dieses Rätsel gelöst haben, war dann das Rätsel, das Sie vor diesem Rätsel gelöst haben, schwieriger als dieses Rätsel?

Ja, in der Beschreibung geht es immer um die gleichen zwei Rätsel (dieses Rätsel und das Rätsel davor) wie in der Frage.

Interessante Punktemenge

Das Dreieck ABC sei gleichseitig. Finde alle Punkte M, so dass beide Dreiecke ABM und ACM gleichschenklig sind.



Damit das Dreieck ABM gleichschenklig ist, muss eine der drei Bedingungen erfüllt werden: $\overline{AB}=\overline{AM}$, $\overline{BA}=\overline{BM}$ oder $\overline{MA}=\overline{MB}$. Im ersten Fall $\overline{AB}=\overline{AM}$ würde M auf dem Kreis mit Radius $\overline{AB}$ und Mittelpunkt A liegen, im Fall $\overline{BA}=\overline{BM}$ auf dem Kreis mit Radius $\overline{AB}$ und Mittelpunkt B und im Fall $\overline{MA}=\overline{MB}$ auf der Mittelsenkrechten zur Seite AB. Analog gilt für das Dreieck ACM: M müsste auf dem Kreis mit Radius $\overline{AC}$ und Mittelpunkt A, auf dem Kreis mit Radius $\overline{AC}$ und Mittelpunkt C bzw. auf der Mittelsenkrechten zur Seite AC liegen. Damit liegt M entweder auf dem Kreis mit Radius $\overline{AB}$ und Mittelpunkt A oder ist einer der Punkte M_1 bis M_6 (siehe die Zeichnung). Liegt M allerdings auf der Geraden AB oder AC, so ist eines der Dreiecke ABM und ACM entartet.

Mobiles Mathe-Labor am 31. Mai 2014

Wir befinden uns im Jahre 2014, an einem Samstag im Frühsommer.
Ganz München flaniert über die Leopoldstraße, sonnt sich im Englischen Garten oder testet die neuesten Trend-Eissorten.
Ganz München? Nein!
Ein von unbeugsamen Mathematikern bevölkertes Institut hört nicht auf, den Vorurteilen gegenüber der Mathematik Widerstand zu leisten: Es ist mal wieder Mobiles Mathe-Labor!
Ganze 152 Schülerinnen und Schüler waren gekommen – vorwiegend aus dem Großraum München, aber auch vereinzelt mit einem weiteren Anfahrtsweg, wie etwa aus Gars oder Kirchseeon. Zuerst wurde in Kleingruppen die Rallye *Bavaria`s Next Top Mathematician* absolviert. Dabei hatten die Kinder und Jugendlichen an verschiedenen Stellen im Mathematischen Institut kleine Aufgaben zu lösen: Man musste die Stadtplanung von Königsberg überdenken (Königsberger Brückenproblem), schier unmögliche Muster legen (MacMahon-Quadrate), die Anzahl von Gummibärchen in einer großen Dose schätzen (Fermi-Frage), entspannende Papierfaltkunst erleben (Origami-Tetraeder), Entfesselungskünstler spielen (Knotentheorie) oder die richtige Strategie nach einem Bankraub finden (Gefangenendilemma).

Nach der Rallye führten die zehn Workshops den Gedanken des „Labors“ und der „Mathematik zum Anfassen“ weiter. Es wurde gebastelt, gerechnet, gespielt, geknotet, entschlüsselt und natürlich vor allem heiß diskutiert:

- *Unendlich: Interessante Folgen und Grenzwerte* (mit Petra Leeb vom Maria-Theresia-Gymnasium bzw. Evelyn Roth vom Luitpold-Gymnasium)
- *Kryptographie von der Antike bis heute* (mit Felix Brüstle bzw. Claudia Schmid vom Maria-Theresia-Gymnasium)
- *Umfang einer Fläche? Von wegen eindimensional! – Schönheit und Konzept fraktaler Strukturen* (mit Wolfgang Lentner aus der Städtischen Realschule Rosenheim)
- *Knotentheorie: Kann das denn Mathematik sein?* (mit Klaus Linde vom Pestalozzi-Gymnasium)
- *Spieltheorie: Wie man die richtigen Entscheidungen berechnet* (mit Lisa Kraus vom Mathematischen Institut der LMU)
- *Würfel, Fußbälle und andere Polyeder* (mit Konrad Ossiander vom Gisela-Gymnasium)
- *Flächen können auch gekrümmt sein* (mit Rami Daknama vom Mathematischen Institut der LMU)
- *Auf dem kürzesten oder dem schnellsten Weg zum Ziel? Lösungswege zu Extremalproblemen* (mit Tim Stortz vom Rupprecht-Gymnasium)

Mit dieser Liste ist sofort offensichtlich, dass die Veranstaltung ohne die tatkräftige Mithilfe der Lehrerinnen und Lehrer unmöglich gewesen wäre. Besonders Frau Leeb und Herr Dr. Linde zeigten wie gewohnt unermüdlichen Einsatz und hatten auch die Rallye geplant, die in diesem Jahr erstmalig durchgeführt wurde. Insgesamt waren 29 Lehrkräfte an ihrem freien (und wie bereits erwähnt sonnigen!) Samstag anwesend und leiteten nicht nur Workshops, sondern betreuten auch Rallyestationen, fungierten als Ruhepole im Chaos und halfen, Butter auf 300 Semmelhälften zu schmieren. Das „studentische MML-Kompetenzteam“ unter der Leitung von Nicole Schmid und Michael Steinberger erledigte die Hintergrundarbeit und organisierte den Imbiss, damit sich die erschöpften Workshopteilnehmer um zwölf Uhr mit Getränken, Käse- und Wurstsemmeln, Äpfeln und Bananen stärken konnten. Um das Mittagessen nicht übermäßig gesund zu gestalten, wurden zusätzlich die Gummibärchen aus der Schätzaufgabe vernichtet.

Die Abschlussveranstaltung im voll besetzten B 052 begann mit einem Filmbeitrag. Schüler des Pestalozzi-Gymnasiums hatten am Vormittag die Lösungsversuche der Rallyeteilnehmer gefilmt und innerhalb von zwei Stunden einen Kurzfilm geschnitten – die eingefangene Ratlosigkeit gefolgt von der Freude über den Erfolg stieß auf große Begeisterung im Publikum.

Anschließend wurden von Herrn Dr. Linde kurze Lösungen und Hintergrundinformationen zu den Stationen präsentiert und Rami Daknama zeigte einen Beweis zum Königsberger Brückenproblem (damit zumindest ein Beweis an der Tafel steht, denn „wir Mathematiker beweisen schließlich für unser Leben gerne“). Die Auslosung der zehn Buchpreise unter allen erfolgreichen Teilnehmern

Die Glücksfee Nicole Schmid und Martin Schottenloher

der Rallye übernahm gewohnt lässig Prof. Dr. Schottenloher, der als Gesamtorganisator des Mobilen Mathe-Labors alle Fäden in der Hand hielt. Zuletzt bekam jeder Teilnehmer eine Urkunde – mit der Hoffnung auf ein Wiedersehen im nächsten Mathe-Monat Mai!

Lisa Kraus

Der Vier-Farben-Satz und computerbasierte Beweise

Konstantinos Panagiotou

Der Vier-Farben-Satz ist eine mathematische Aussage, die besagt, dass vier Farben genügen, um die Länder einer beliebigen Landkarte so zu färben, dass keine zwei benachbarten Länder dieselbe Farbe bekommen. Dieser Satz hat zahlreiche Anwendungen nicht nur in der Graphentheorie, sondern auch beispielsweise in der Topologie.

Es ist leicht zu sehen, dass vier Farben notwendig sind, um beliebige Landkarten zu färben, siehe Abb. 1. Dass aber vier Farben auch immer ausreichen, ist erheblich schwieriger zu beweisen; diese Vermutung wurde erstmals von Francis Guthrie, einem Mathematiker und Botaniker aus Südafrika, bereits im Jahre 1852 aufgestellt. Guthrie wollte damals verschiedene Teile Großbritanniens optisch anspruchsvoll darstellen und beobachtete, dass in allen Fällen höchstens vier Farben genügten.

Das Problem wurde sehr schnell populär, wozu insbesondere der berühmte britische Mathematiker Arthur Cayley beigetragen hat. Im Jahre 1879 erschien der erste Beweis, der von Alfred Kempe verfasst wurde. Leider stellte sich schon elf Jahre später heraus, dass dieser fehlerhaft war und dass es keine Möglichkeit gab, die Idee Kempes umzusetzen. Der zweite fehlerhafte Beweisversuch wurde 1880 von Peter Guthrie Tait unternommen. Viele berühmte Mathematiker haben sich über mehr als hundert Jahre mit dem Problem beschäftigt – unter anderem De Morgan, Peirce, Hamilton, Cayley, Birkhoff und Lebesgue – und es folgten Dutzende von Beweisen, die alle widerlegt wurden. Das Problem ist heute immer noch sehr beliebt, und fast täglich erscheinen neue fehlerhafte Beweisansätze im mathematischen Schriftenarchiv `arxiv.org`.

Aus heutiger Sicht hat der Vier-Farben-Satz eine besondere Stellung in der Mathematik, weil es das erste langjährige offene mathematische Problem ist, das mit Hilfe eines Computerprogramms gelöst wurde. Dieser Beweis gelang im Jahre 1976 Kenneth Appel und Wolfgang Haken [1, 2], die eine Idee von Heinrich Heesch aus den 60er Jahren weiterentwickelten und mit Hilfe eines Computers eine gewaltige Anzahl von potentiellen problematischen Fällen untersuchten.

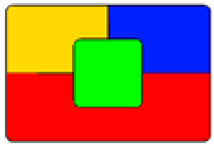


Abbildung 1: *Eine Karte, die nicht mit drei Farben färbbar ist, so dass keine zwei benachbarten Länder dieselbe Farbe erhalten.*

Der Beweis von Appel und Haken erntete viel Kritik. Ein Teil davon betraf die Art des Beweises: Die Aussage des Vier-Farben-Satzes ist einfach und elegant, und viele Mathematiker erwarteten ein ebenso einfaches und elegantes Argument, das zumindest informell erklären würde, warum der Satz richtig ist – und nicht tausende Zeilen IBM 370 Programmcode, der auch noch in einer umständlichen Assembler-Sprache verfasst war [2]. Ein anderer Teil war jedoch rationale Skepsis: Wie wir jeden Tag feststellen, ist die Programmierung von Computern fehleranfällig, und es ist außerdem schwierig, eine mathematische Aussage formal in Beziehung mit den Berechnungen eines Computers zu setzen. Zur allgemeinen Unsicherheit trug auch bei, dass in der ersten Arbeit [1] manuell eine Fallunterscheidung mit über 10.000 Fällen durchgeführt wurde, die sehr schwer zu überprüfen war und die auch einige kleine Fehler (die alle nicht kritisch waren) enthielt.

Abbildung 2: *Eine Färbung der Länder Deutschlands. Genügen drei Farben?*

Im Jahr 1995 veröffentlichten Robertson, Sanders, Seymour und Thomas einen ‚schlankeren' Beweis des Theorems [8] mit einem Argument, das dem von Appel und Haken ähnelte. Andererseits benutzten sie C-Programme, die sowohl die gigantische Fallunterscheidung durchführten als auch die potentiell problematischen Fälle untersuchten; außerdem haben sie durch einige neue Ideen die Anzahl der Fälle um einen Faktor vier reduziert. Dieser zweite Beweis, zusammen mit der Ausgabe einer endgültigen Monographie über den Originalbeweis [3], klärte die meisten Zweifel an der Wahrheit des Satzes. Schließlich erschien 2008 eine Arbeit von Georges Gonthier [7], in der die zwei schwächsten Glieder des Beweises weiter untersucht und diskutiert wurden: die manuelle Überprüfung der kombinatorischen Argumente und die manuelle Überprüfung, dass die Computerprogramme die fehlenden formalen Argumente ergänzen. Dazu benutze Gonthier ein sogenanntes *formales Beweisskript*, das sowohl die mathematischen als auch die rechenlastigen Teile des Beweises enthielt; dieses Skript wurde dann von einem *proof checking system* namens Coq [4] auf Korrektheit untersucht. Daher, auch wenn die richtige Verifikation des Beweises immer noch vom korrekten Betrieb der Hardware und Software abhängt (beispielsweise dem Prozessor, dem Betriebssystem, der Beweisprüfung und dem Compiler, der das Programm in Maschinensprache übersetzt), ist keine dieser Komponenten speziell für den Nachweis des Vier-Farben-Satzes entwickelt worden. Alle von ihnen erfüllen einen allgemeineren Zweck und sind ausgiebig getestet worden, und sind vermutlich viel zuverlässiger als der Geist eines oder mehrerer Mathematiker, die manuell einen Beweis überprüfen.

Computerbasierte Beweise Wenn kein Mensch in der Lage ist, den Beweis eines Satzes zu überprüfen, ist es dann wirklich *Mathematik*? Diese spannende Frage stellt sich in den vergangenen Jahren immer öfter, da ständig neue computerbasierte Beweise erscheinen, wie zuletzt die Lösung des langjährig offenen Diskrepanzproblems von Erdős [6]. Der Beweis ist so groß wie der gesamte Inhalt der Wikipedia, was es unwahrscheinlich macht, das er jemals von einem Menschen geprüft wird.

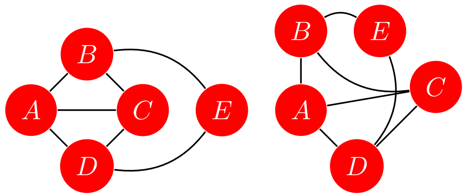
An dieser Frage scheiden sich die Ansichten moderner Mathematiker. Viele vertreten die Ansicht, dass die Überprüfung durch einen Menschen nicht unbedingt erforderlich ist. Die Richtigkeit einer Programmausführung auf einem Computer kann auf mehrere unterschiedliche Arten unabhängig überprüft und formalisiert werden, und wenn diese zum selben Ergebnis gelangen, dann ist der Beweis auch vermutlich richtig. Zusätzlich ersetzt der Computer den Menschen nicht, sondern ergänzt ihn: Die eigentliche Arbeit, nämlich ein mathematisches Problem so zu behandeln und zu verstehen, dass nur endlich viele Fälle untersucht werden müssen, ist das Ergebnis einer gewaltigen geistigen Leistung, die nicht mechanisch durchgeführt werden kann. Andererseits scheinen computerbasierte Beweise dem Ideal des *Buchs der Beweise*, das für alle mathematischen Sätze die einsichtsvollsten Beweise enthält, zu widersprechen. Solche Beweise sind kurz und können von jedem, der eine adäquate mathematische Ausbildung hat, leicht nachvollzogen werden. Die Kultur der computerbasierten Beweise scheint uns also zu ‚verführen', lange und komplizierte Beweise zu erstellen, die nicht dem Ideal der Mathematik entsprechen und die Probleme nicht tiefgehend untersuchen.

1. Mathematische Beschreibung des Problems

In diesem Artikel werden wir eine schwächere Version des Vier-Farben-Satzes beweisen. Wir werden zeigen, dass jede Landkarte mit höchstens *sechs* Farben färbbar ist, so dass keine zwei benachbarten Länder die gleiche Farbe erhalten. Wir werden nicht immer streng mathematisch vorgehen, weil eine formale Behandlung sehr viele Definitionen und Hilfsaussagen aus der Topologie benötigen würde; stattdessen werden wir an einigen Stellen an unsere Intuition appellieren. Für eine ausführliche formale Behandlung verweisen wir auf das Buch von Diestel [5], und für eine exzellente Einführung auf das Buch von Steger [9]. Wir beginnen mit der Definition eines Graphs.

Definition 1. Ein *Graph* ist ein Paar (V, E), wobei V eine nicht-leere endliche Menge (die *Knoten*) ist und $E \subseteq \binom{V}{2} = \{\{x, y\} : x, y \in V, x \neq y\}$ (die *Kanten*).

Für eine Kante $\{x, y\} \in E$ schreiben wir oft einfach xy oder yx. Graphen sind eine kombinatorische Struktur, die bei der Modellierung vieler Probleme Anwendung findet. Beispielsweise kann man ein Straßennetz durch einen Graph darstellen: Die Ortschaften entsprechen den Knoten, und sind zwei Orte direkt durch eine Straße verbunden, so fügen wir eine entsprechende Kante in den Graph ein. Ein Graph kann anschaulich dargestellt werden, indem wir ihn *zeichnen*. Das sind zwei mögliche Zeichnungen für $V = \{A, B, C, D, E\}$ und $E = \{AB, BC, CD, DA, AC, BE, DE\}$:



Man erhält also oft eine anschauliche Vorstellung von der Struktur eines Graphs, wenn man ihn zeichnet. Um diese Zeichnung übersichtlich zu gestalten, wird man versuchen, die Anzahl der Schnittpunkte von Kanten möglichst klein zu halten; im Beispiel ist die linke Zeichnung deutlich übersichtlicher. Besonders übersichtlich ist es dann, wenn Kreuzungen von Kanten ganz vermieden werden können.

Definition 2. Ein Graph heißt *planar*, wenn man ihn im $\mathbb{R}^2$ so zeichnen kann, dass sich keine Kanten kreuzen.

Etwas formaler, eine *Einbettung* oder *Zeichnung* eines Graphs (V, E) ist eine Abbildung, die die Knoten auf unterschiedliche Punkte im $\mathbb{R}^2$ und die Kanten auf einfache ebene Kurven (zum Beispiel Linien oder sich nicht überschneidende Polygonzüge) abbildet, deren Anfangs- und Endpunkt mit den Bildern der zugehörigen Knoten identisch sind und die sonst das Bild von V nicht schneiden. Wir verzichten hier auf eine vollständig formale Definition.

Ein Graph ist somit genau dann planar, wenn es eine Einbettung von ihm gibt mit der Eigenschaft, dass die Bilder der Kanten entweder einen leeren Schnitt haben oder sich an dem Bild von höchstens einem Knoten überschneiden.

Als letzten Bestandteil benötigen wir den Begriff der Färbung eines Graphs. Wir schreiben $[k] = \{1, 2, \ldots, k\}$.

Definition 3. Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Eine Abbildung $c : V \to [k]$ heißt *k-Färbung* von G, falls für alle $uv \in E$ gilt $c(u) \neq c(v)$. Die kleinste natürliche Zahl k, für die eine k-Färbung von G existiert, heißt die *chromatische Zahl* von G und wird mit $\chi(G)$ bezeichnet.

In Worten, eine k-Färbung eines Graphs (V, E) entspricht einer Färbung von V mit k Farben, so dass Knoten, die durch eine Kante verbunden sind, unterschiedliche Farben zugewiesen werden. Das kann man natürlich immer mit $|V|$ Farben erreichen; die chromatische Zahl ist die kleinste Anzahl Farben, mit der diese Bedingung eingehalten werden kann.

Färben von Landkarten Es gibt eine direkte und intuitive Beziehung zwischen dem Problem, die Länder einer Karte mit so wenig Farben wie möglich zu färben, und der chromatischen Zahl von planaren Graphen. Man kann nämlich jeder Landkarte eindeutig einen Graph $G = (V, E)$, den sogenannten *dualen Graph*, zuordnen:

- Die Knotenmenge entspricht der Menge der Länder auf der Karte.

- Wir fügen die Kante uv ein, falls die zugehörigen Länder eine gemeinsame Grenze haben.

Abbildung 3 veranschaulicht diese Konstruktion für den Fall der Deutschlandkarte. Man kann nun relativ leicht (mit ein bisschen Topologie ...) zeigen, dass der resultierende Graph immer planar ist, falls die Länder ‚zusammenhängend' sind, also kein Land mehreren Regionen auf der Landkarte entspricht. (Das ist beispielsweise nicht der Fall für die aktuelle Karte aller Länder auf der Erde, in der die Vereinigten Staaten von Amerika unter anderem aus zwei Teilen in Nordamerika, der Inselgruppe Hawaii und weiteren Inseln in Ozeanien bestehen. Tatsächlich ist der duale Graph der Karte der Länder der Erde nicht planar.)

Abbildung 3: *Der zur Deutschlandkarte assoziierte planare Graph (mit einer Einbettung).*

Mit dieser Notation können wir nun den Vier-Farben-Satz formulieren.

Satz 4. (Vier-Farben-Satz) Sei G ein planarer Graph. Dann ist $\chi(G) \leq 4$.

In anderen Worten, für jeden beliebigen planaren Graphen G gibt es eine 4-Färbung, *unabhängig* davon wie viele Knoten oder Kanten er enthält. Das ist ein erstaunliches Resultat, da im Allgemeinen für einen Graphen mit n Knoten auch n Farben notwendig sein können. Das ist der Fall für die sogenannten *vollständigen Graphen* $K_n = (V_n, E_n)$ mit $V_n = [n]$ und $E_n = \binom{[n]}{2}$, wobei $n \in \mathbb{N}$; hier gilt offensichtlich $\chi(K_n) = n$, da jedes Knotenpaar durch eine Kante verbunden ist.

Im Folgenden werden wir ein schwächeres Resultat beweisen, nämlich dass die chromatische Zahl von planaren Graphen durch sechs beschränkt ist.

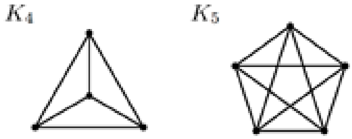


Abbildung 4: *Vollständige Graphen mit vier und fünf Knoten.*

Lemma 5. Sei G ein planarer Graph. Dann ist $\chi(G) \leq 6$.

2. Eigenschaften von planaren Graphen

Zuerst beobachten wir, dass wir uns auf sogenannte *zusammenhängende* Graphen beschränken können.

Definition 6. Ein (u, v)-*Weg* in einem Graph $G = (V, E)$ ist eine Folge $P = (v_1, v_2, \ldots, v_\ell)$, wobei $v_1 = u$, $v_\ell = v$, $v_i \in V$ für alle $1 \leq i \leq \ell$ und $v_i v_{i+1} \in E$ für alle $1 \leq i < \ell$. Wir nennen G *zusammenhängend*, falls für alle $u, v \in V$ ein (u, v)-Weg in G existiert.

In anderen Worten, in einem zusammenhängenden Graph kann man von jedem Knoten zu jedem anderen Knoten ‚gelangen', indem man nur Kanten vom Graph benutzt. Gegeben ein beliebiger Graph $G = (V, E)$, dann nennen wir seine maximalen zusammenhängenden Teilgraphen (also Graphen (V', E') mit $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$) die *Komponenten* von G.

Lemma 7. Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $G_1, \ldots, G_c$ seine Komponenten. Dann

$$\chi(G) = \max_{1 \leq i \leq c} \chi(G_i).$$

Beweis. Es gilt $\chi(G) \geq \max_{1 \leq i \leq c} \chi(G_i)$, da die chromatische Zahl eines Graphs nicht erhöht werden kann, wenn Knoten und Kanten entfernt werden. Sei außerdem c_i für $1 \leq i \leq c$ eine $\chi(G_i)$-Färbung von G_i. Für $u \in V$ schreiben wir $i(u)$ für den Index der Komponente, in der u enthalten ist. Dann ist

$$c : V \to \left[\max_{1 \leq i \leq c} \chi(G_i)\right] \quad u \mapsto c_{i(u)}(u)$$

eine Färbung von G, da wir für beliebige Knoten u, v in C_i, C_j mit $1 \leq i < j \leq c$ aus der Definition der Komponenten erhalten, dass $uv \notin E$. □

Es genügt somit, Lemma 5 für zusammenhängende Graphen zu zeigen.

Einbettungen planarer Graphen sind nicht eindeutig, denn es gibt (unendlich) viele Möglichkeiten, so einen Graphen zu zeichnen, ohne dass sich Kanten überschneiden. Allerdings gelten gewisse Invarianten. So ist zum Beispiel in jeder Einbettung die *Anzahl der Gebiete* gleich. Für die Definition eines Gebietes verwenden wir auch hier unsere Intuition: Das sind die zusammenhängenden Teile von $\mathbb{R}^2$, die man erhält, wenn man die Ebene entlang der Kanten zerschneidet. Für den K_4 erhält man beispielsweise immer vier Gebiete (inklusive dem unbeschränkten Gebiet), unabhängig davon wie man ihn zeichnet, siehe auch Abbildung 4. Tatsächlich gilt die folgende einfache Formel. Für eine überschneidungsfreie Einbettung ψ von G schreiben wir $f(\psi)$ für die Anzahl der Gebiete von ψ.

Satz 8. (Eulersche Polyederformel) Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender planarer Graph. Dann gilt für jede überschneidungsfreie Einbettung ψ von G

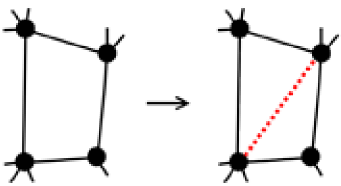
$$f(\psi) = 2 + |E| - |V|.$$

Beweis. Die Aussage ist offensichtlich wahr, falls $|V| = 1$, denn dann enthält jede Einbettung von G genau ein Gebiet und $|E| = 0$. Aus diesem elementaren Graphen können alle weiteren zusammenhängenden planaren Graphen durch zwei Operationen konstruiert werden: a) durch das Hinzufügen eines neuen Knotens, der über genau eine Kante zum Rest des Graphs verbunden ist, und b) durch das Hinzufügen einer neuen Kante, die zwei bereits vorhandene Knoten verbindet. Im Fall a) erhöht sich $|V|$ und $|E|$ um eins, während die Anzahl der Gebiete sich nicht verändert. Im zweiten Fall ändert sich die Anzahl der Knoten nicht, während die Anzahl der Kanten und der Gebiete um eins steigt, da die Kante ein bestehendes Gebiet in zwei zerteilt. Die Aussage folgt somit mit Induktion. □

Daraus erhalten wir leicht eine obere Schranke für die maximale Anzahl Kanten in einem planaren Graphen.

Korollar 9. Für jeden zusammenhängenden planaren Graphen $G = (V, E)$ mit $|V| \geq 3$ gilt $|E| \leq 3|V| - 6$.

Beweis. Betrachten wir eine beliebige überschneidungsfreie Einbettung ψ von G. Seien F die durch die ψ entstehenden Gebiete und sei $f \in F$. Falls f nicht durch genau drei Kanten begrenzt wird, so kann eine Kante zum Graphen hinzugefügt werden und er ist weiterhin planar. Somit können



wir ohne Beschränkung der Allgemeinheit annehmen, dass jedes Gebiet von genau drei Kanten begrenzt wird, und jede Kante begrenzt genau zwei Gebiete. Wir erhalten $3|F| = 2|E|$. Zusammen mit der Eulerschen Formel folgt die Aussage. □

Beweis von Lemma 5. Der *Grad* $d(u)$ eines Knotens u in G ist definiert als die Anzahl der Kanten, die ihn enthalten. Wir zeigen, dass jeder planare Graph G einen Knoten enthält, dessen Grad ≤ 5 ist. Daraus folgt die Aussage des Lemmas mit Induktion über die Anzahl der Knoten: Falls G höchstens 6 Knoten hat, so stimmt die Behauptung, weil $\chi(G) \leq |V|$. Anderenfalls entfernen wir einen Knoten v mit Grad ≤ 5 und erhalten einen planaren Graph G' mit $\chi(G') \leq 6$. Da v mit ≤ 5 Knoten in G' benachbart ist, kann jede 6-Färbung von G' zu einer 6-Färbung von G erweitert werden.

Um die Hilfsaussage zu beweisen, beachte, dass für jeden Graph G

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|.$$

Dies gilt, weil jede Kante genau zwei Knoten enthält. Aus Korollar 9 wissen wir, dass $|E| \leq 3|V| - 6$. Falls nun alle Knoten ≥ 6 Nachbarn hätten, so würde folgen, dass $6|V| \leq 6|V| - 12$, ein Widerspruch. □

Literatur

[1] K. Appel und W. Haken, *Every planar map is four colorable, Part I: Discharging*, Illinois Journal of Mathematics 21 (1977), 429-490.

[2] K. Appel, W. Haken und J. Koch, *Every planar map is four colorable, Part II: Reducibility*, Illinois Journal of Mathematics 21 (1977), 491–567.

[3] K. Appel und W. Haken, *Every planar map is four colorable*, American Mathematical Society, 1989.

[4] Y. Bertot und P. Casteran, *Interactive Theorem Proving and Program Development, Coq'Art: The Calculus of Inductive Construction*, Texts in Theoretical Computer Science. Springer Verlag, 2004.

[5] R. Diestel, *Graphentheorie (3. Aufl.)*, Springer Verlag, 2006.

[6] B. Konev und A. Lisitsa, *A SAT Attack on the Erdos Discrepancy Conjecture*, Manuskript verfügbar unter `arxiv.org/abs/1402.2184`, 2014.

[7] G. Gonthier, *Formal Proof – The Four-Color Theorem*, Notices of the American Mathematical Society 55 (2008), 1382–1393.

[8] N. Robertson, D. Sanders, P. Seymour und R. Thomas, *The Four-Colour Theorem*, Journal Combinatorial Theory, Series B 70 (1997), 2–44.

[9] A. Steger, *Diskrete Strukturen 1. Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra*, Springer Verlag, 2001.