



NR. 21 – JANUAR 2010

MATHE-LMU.DE

FÖRDERVEREIN MATHEMATIK IN WIRTSCHAFT, UNIVERSITÄT UND
SCHULE AN DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN E.V.



Hochschulkarrieren im Ausland - Seiten 14 bis 18

Der Zufall –
ein Helfer und kein Störenfried - Seite 25

Liebe Leserinnen und Leser,

Mathematiker können in vielen Branchen der Industrie tätig sein. In diesem Heft finden Sie drei Berichte von unseren Studenten über ihre Arbeitserfahrungen bei Münchener Rück, Siemens AG und Société Générale Securities Services.

Man kann nach dem Abschluss des Studiums auch im universitären Bereich bleiben und eine wissenschaftliche Karriere einschlagen. In dieser Ausgabe berichten wir speziell über Werdegänge von ehemaligen Studenten unseres Institutes an ausländischen Universitäten, und zwar von Dr. Ulrich Berger (Swansea University) und Prof. Dr. Markus Schmidmeier (Florida Atlantic University).

Beachten Sie bitte den Hinweis auf unsere diesjährige „Mathematik am Samstag“ auf Seite 19.

Vitali Wachtel

Titelbild: Auf Seite 23 geben wir eine Lösungsskizze zur Aufgabe „Würfel färben“ von Heft 20. Das Titelbild zeigt eine der 39 Lösungen, aufgenommen vor einem Spiegel. Übrigens ist dies die einzige Lösung, die invariant ist unter Spiegelungen an einer Ebene.

Liebes Vereinsmitglied,

auf Anregung des erweiterten Fakultätsrats erfolgt die Verabschiedung der Studierenden, die an der LMU München einen Abschluss in Mathematik oder Wirtschaftsmathematik erworben haben, seit heuer nicht mehr als ein Programmpunkt beim „Tag der Fakultät“, sondern im Rahmen einer eigenen Veranstaltung. Die Premiere für die Absolventinnen und Absolventen des akademischen Jahres 2008/09 fand am Nachmittag des 21. November 2009 in Zusammenarbeit des Mathematischen Instituts mit dem Förderverein Mathematik statt. Nach humorvollen Ansprachen von Professor Franz Merkl als Vorsitzendem des Prüfungsausschusses und Vorstandsmitglied im Förderverein sowie Herrn Jan Widenmann als Vertreter der frischgebackenen Alumni und umrahmt von stimmungsvoller Musik durch das Dorothea Klarinetten-Trio wurden die insgesamt 43 anwesenden Absolventinnen und Absolventen geehrt. Die rund einstündige Veranstaltung klang mit einem kleinen Sektempfang aus, wo dann noch ausgiebig die Gelegenheit ergriffen wurde, sich zum einen über das gemeinsame erfolgreich abgeschlossene Studium und zum anderen auch über die ersten Schritte in die berufliche Zukunft auszutauschen. Die durchwegs positive Resonanz auf diese Premiere ist sicher eine Ermunterung zur Fortsetzung in diesem Jahr.

Ihr Erwin Schörner

Impressum
Herausgeber **mathe-lmu.de**
Förderverein Mathematik
in Wirtschaft, Universität und Schule an der
Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.,
Mathematisches Institut, Universität München,
Theresienstr. 39, 80333 München
fmwus@mathematik.uni-muenchen.de
Konto: 1267532, Bankleitzahl 700 500 00,
Bayerische Landesbank
ViSdP Vitali Wachtel, Mathematisches Institut,
Universität München, Theresienstr. 39
80333 München, Tel. 2180-4488
wachtel@mathematik.uni-muenchen.de

Redaktion Katharina Belaga, Bernhard Emmer,
Daniel Rost, Ingrid Schehrer,
Erwin Schörner, Katharina Schüller,
Heinrich Steinlein, Vitali Wachtel
Auflage 5000
Layout Gerhard Koehler, München,
kws@kws-koehler.de
Druck Siller Offsetdruck, Künzelsau

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichten. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

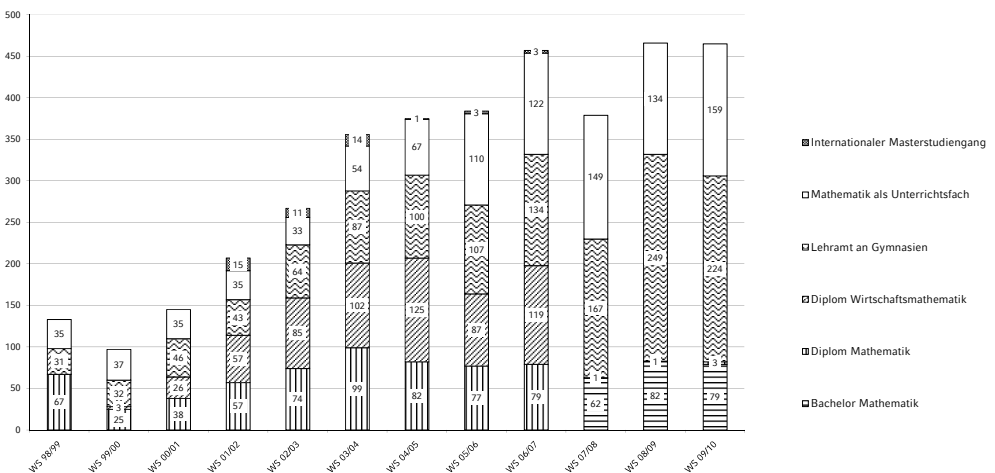
Berichte aus dem Mathematischen Institut

Studienangebot und Einschreibung Das Studienangebot des Mathematischen Instituts erfreut sich auch im Wintersemester 2009/10 wieder sehr großer Beliebtheit bei den Studierenden; ein stichhaltiger Beleg hierfür ist die auch für dieses Studienjahr sehr erfreuliche Zahl an Neueinschreibungen in einen mathematischen Studiengang der LMU München. Das Diagramm zeigt deutlich, dass sich die Zahl der Immatrikulationen mit insgesamt 465 Studienanfängerinnen und Studienanfängern auf dem hohen Niveau des Vorjahres stabilisiert hat. Umso bedauerlicher ist der Umstand, dass der vom Mathematischen Institut zum Wintersemester 2009/10 geplante offizielle Start eines eigenen Bachelorstudiengangs Wirtschaftsmathematik wegen der immer noch ausstehenden Genehmigung durch die Rechtsabteilung um ein Jahr verschoben werden musste.

Das Mathematische Institut hat bei der durch die Neufassung der Lehramtsprüfungsordnung I vorgeschriebenen Modularisierung auch der Lehramtsstudiengänge eine Vorrei-

terrolle übernommen: für das vertiefte Studium der Mathematik für ein Lehramt an Gymnasien wird bereits ab dem Wintersemester 2009/10 ein innovatives Konzept umgesetzt. Das zunächst für die Fächerkombination mit Informatik oder Musik vorgesehene Programm wird auch schon von Studierenden mit anderen Zweifächern in großer Zahl angenommen. Die Einführungsveranstaltung „Mathematik I (Lehramt Gymnasium)“ wird derzeit von Herrn Dr. Ralf Gerkmann gelesen, der seit dem 1. Oktober 2009 als Akademischer Rat im Bereich der Lehramtsausbildung tätig ist.

Die voraussichtlich zum Wintersemester 2010/11 erfolgende Modularisierung auch des Unterrichtsfachs Mathematik für ein Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen wird momentan vom Mathematischen Institut mit Nachdruck vorangetrieben; das seit langem erfolgreiche Konzept eigener, speziell auf die Bedürfnisse dieser Studierendengruppe zugeschnittener Lehrveranstaltungen soll dabei weiterverfolgt werden. In diesem Zusammenhang sei auf das in den letzten Jahren deut-



lich gestiegene Interesse der Studierenden der Wirtschaftspädagogik am Fach Mathematik hingewiesen; eine zunehmende Zahl an künftigen Handelslehrerinnen und Handelslehrern besucht im Rahmen des Hauptstudiums die für das Unterrichtsfach Mathematik angebotenen Lehrveranstaltungen und legt den fachwissenschaftlichen Komponenten des Ersten Staatsexamens entsprechende Prüfungen ab.

Personalien Frau Prof. Dr. Francesca Biagini hat den Ruf auf die W3-Professur in Finanzmathematik (Nachfolge Filipović) angenommen, so dass der sowohl für den auslaufenden Diplomstudiengang als auch für den neu konzipierten Bachelorstudiengang Wirtschaftsmathematik zentrale Lehrstuhl erfolgreich wiederbesetzt ist.

Frau Prof. Dr. Kristina Reiss hat zum Wintersemester 2009/10 den Ruf auf den Heinz Nixdorf-Stiftungslehrstuhl für Didaktik der Mathematik an der School of Education der TU München angenommen; das Institut hat bereits den Antrag auf Wiederzuweisung des Lehrstuhls für Didaktik der Mathematik bei der Hochschulleitung gestellt und sieht einer baldigen erfolgreichen Wiederbesetzung, die für alle Lehramtsstudiengänge unverzichtbar ist, mit Zuversicht entgegen.

Herr Prof. Dr. Ulrich Derenthal (Freiburg) hat einen Ruf auf eine W2-Professur in der Algebraischen Geometrie angenommen.

Veranstaltungen Auch 2009 fand in der letzten Woche der bayerischen Sommerferien das überaus erfolgreiche Probestudium „LMU-Mathe-Sommer“ statt. Herr Prof. Dr. Daniel Rost, unterstützt von Herrn Dr. Andreas Fackler und zahlreichen weiteren Mit-

arbeiterinnen und Mitarbeitern, gewährte diesmal unter dem Motto „Einfach komplex“ interessierten Oberstufenschülerinnen und Oberstufenschülern einen Blick über den realen Tellerrand. Rund 120 Teilnehmerinnen und Teilnehmer nutzten die Gelegenheit, sich ein authentisches Bild vom Mathematikstudium an der LMU zu machen; ein Rückblick mit Bildergalerie findet sich auf Seite 20.

Die Verabschiedung der Studierenden, die im vergangenen akademischen Jahr einen Abschluss in Mathematik oder Wirtschaftsmathematik erworben haben, erfolgt seit verganginem Jahr in einer eigenen Veranstaltung, um unseren Ehemaligen einen feierlichen Rahmen zur Würdigung ihrer akademischen Leistungen zu bieten. Die erste Absolventenfeier des Mathematischen Instituts fand am 21. November 2009 in Zusammenarbeit mit dem Förderverein Mathematik statt.

Die Reihe „Mathematik am Samstag“, die sich seit nunmehr zehn Jahren an alle Interessierten, vor allem aber an Schülerinnen und Schüler der gymnasialen Oberstufe richtet, wird auch in diesem Frühjahr mit drei interessanten Vorträgen fortgesetzt; das genaue Programm steht auf Seite 19.

Die Gemeinsame Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) wird in diesem Jahr an der Ludwig-Maximilians-Universität München abgehalten; die Veranstaltungen finden in der Woche vom 8. bis 12. März 2010 im Universitäts-hauptgebäude statt. Nähere Informationen finden Sie auf Seite 10 und im Internet unter www.math2010.de/CMS/

Als Werkstudent bei der SGSS

Nach einiger Zeit reiflicher Überlegung und Abschluss der Klausurenphase entschloss ich mich, eine Bewerbung bei der Société Générale Securities Services auf die vakante Position des Werkstudenten einzureichen. Die Stellenausschreibung fand ich auf der LMU-Seite, und der angegebene Tätigkeitsbereich sprach mich sofort an, zumal explizit nach Wirtschaftsmathematikern gesucht wurde. Nach einigen Tagen kam endlich die Antwort: Ich wurde zum Bewerbungsgespräch eingeladen! Vor dem Gespräch begann ich Informationen zu sammeln und mir mögliche Fragen, die mir gestellt werden könnten, zu überlegen. Je näher das Gespräch jedoch rückte, desto unsicherer wurde ich:

Hast du dir alles überlegt? Was sollst du anziehen? Eher zu früh kommen, oder genau pünktlich? Anzug mit Krawatte, oder ohne? Überhaupt einen Anzug?

Am Morgen des Bewerbungsgesprächs rekapitulierte ich noch ein letztes Mal, was ich gerne sagen wollte und wie ich mich verhalten sollte, und begab mich dann auf den Weg zur SGSS. Dann die letzten Schritte, bevor ich zu dem Raum gelangte. Direkt als ich hereinkam, wurde ich von vier Personen freundlich begrüßt. Es sollte sich herausstellen, dass Bewerbungsgespräche sehr viel weniger einschüchternd sind, als man erwarten sollte. Die Stimmung während des Bewerbungsgesprächs war recht locker und die Fragen, die gestellt wurden, bezogen sich größtenteils auf den eingereichten Lebenslauf. So wurde nach besonderen Ereignissen und deren Auswirkungen, der Persönlichkeit und natürlich nach den eigenen Schwächen gefragt. Jedenfalls muss ich mich wohl bei der Kleiderwahl richtig entschieden haben – das muss es wohl

gewesen sein –, denn schon kurz nach dem Bewerbungsgespräch stand fest, dass ich den Job wohl antreten dürfte, und so schlug man mir vor, ich könnte einige Tage später schon zu meinem ersten Arbeitstag erscheinen.

Die Abteilung Client Reporting & Performance Measurement, in der ich nun seitdem Werkstudent bin, hat zur Hauptaufgabe, Fondsmanagern und Kunden Daten über ihre Fonds zur Verfügung zu stellen. Dazu erstellen und archivieren wir vielfältige Reports, die sich mit der Performance, dem Risiko eines Fonds oder anderen investitionsrelevanten Details beschäftigt. Zusätzlich stehen wir Kunden jederzeit bei Fragen und Anfragen zur Seite, sei es, wenn sich ein Fonds anders als erwartet entwickelt und der Kunde den Grund erfahren möchte oder wenn die Benchmark eines Fonds geändert werden soll.

Die Anfangsphase in der Arbeit war interessant, aber erforderte auch eine Veränderung der gewohnten Arbeitsweise. Der Schritt von der Universität in die Arbeitswelt ist anfangs doch ein größerer, als man glauben mag. Die Aufgaben, die man anfänglich zu tätigen hat, sind natürlich von anderer Natur als in der Universität, besonders im Vergleich zu den konkreten Aufgabenstellungen innerhalb des Mathematikstudiums. Es sind keine Aufgaben zu erledigen, bei denen man teilweise stundenlang grübelt und dann irgendwann das wohlige Gefühl hat, die Aufgabe gelöst zu haben, sondern eher Aufgaben von der Kategorie „Muss gemacht werden“. Mit der Zeit arbeitete ich mich aber ein, auch durch die großartige Unterstützung meiner Kollegen, und die Arbeit begann immer spannender zu werden. Anfangs waren meine Hauptauf-

gaben, den Bürobetrieb zu organisieren und kleine kundennahe Aufgaben zu erledigen, wie z.B. nachzurechnen, wo der Fehler in einer Performancezeitreihe ist. Mein Aufgabenfeld wandelte sich mit der Zeit jedoch dahingehend, dass ich immer mehr eigene Projekte übernehmen durfte und immer komplexere Probleme an mich übergeben wurden. Ich wurde ein Teil des Teams. Inzwischen liegen meine Hauptaufgaben unter anderem in der Entwicklung komplexer Performanceberichte, der Berechnung von Performancezeitreihen und Performancemaßen. Die Mathematik spielt bei der von mir verrichteten Arbeit eine

eher sekundäre Rolle, auch wenn man grundlegende Rechnungen beherrschen muss. Teilweise wird auch Finanzmathematik benötigt. Das Mathematikstudium ist jedoch trotz allem von großem Nutzen, denn die in dem Studium erlernte Arbeits- und Denkweise erleichtert viele Tätigkeiten ungemein. Ich kann jedem nur empfehlen, selbst einmal die Erfahrung während des Studiums zu machen, in einem Unternehmen zu arbeiten – nicht nur, da man viele interessante Menschen kennen lernt, auch fachlich und persönlich kann man sich dadurch weiterentwickeln.

Nicolas Schmidt

Praktikum bei der Münchener Rück – ein Erfahrungsbericht

Letzten Sommer habe ich mich für das Praktikum „Inflation und Indexentwicklung“ für die Dauer von acht Wochen bei der Münchener Rück im Bereich „Special and Financial Risk“ beworben. Nach einem kurzen Vorstellungs-

Finanzinstituten jeder Art, und meine Aufgabe sollte es nun sein, grob gesagt, herauszufinden wie hoch denn der „durchschnittliche“ Schaden in den nächsten Jahren aussehen wird. Hierzu sollte nun aus vielen Jahren

Praktikum

gespräch bekam ich glücklicherweise eine Zusage, und schon eine Woche später sollte es losgehen.

Die Abteilung, in die ich gekommen bin, beschäftigt sich hauptsächlich mit der Rückversicherung von operationellen Risiken von

Schadensereifung eine Inflation der Schadenshöhe geschätzt werden, welche sich anschließend

in die Zukunft fortschreiben lässt. Dieses ist in diesem Business von besonderer Bedeutung, da zwar die Verträge nur über ein Kalenderjahr laufen, aber auch noch bis zu zehn Jahre später ein Schaden in diese Vertragsperiode fallen kann. Eine gute Schätzung für die Schadenshöhe in den kommenden Jahren,

welche meist bei Gericht verhandelt wird, ist also für eine gute Preisfindung von großer Bedeutung.

Zu Beginn meiner Arbeit bekam ich nun eine etwa ein 40 Seiten starke Einführung in die von der Münchener Rück entwickelte Methodik, wie so etwas zu berechnen ist. Da ich zu diesem Zeitpunkt erst das dritte Semester absolviert hatte, war ich am Anfang noch etwas verunsichert, ob ich denn mit dem mathematischen Anspruch dieses Verfahrens zurecht kommen würde, doch schneller, als ich dachte, konnte ich mich in die Materie einarbeiten. Der Hauptteil der Arbeit war jedoch das Aufbereiten großer Datenmengen, da die Daten in verschiedensten Formaten vorlagen. Für mich war dies ideal, da ich hier erst einmal eine gewisse Vertrautheit mit Excel erlangen konnte. Bei der eigentlichen Berechnung waren weniger die mathematischen Verfahren im Mittelpunkt, sondern eher die fast philosophische Frage, welche Daten tatsächlich verwendet werden sollten.

Denn wie gehen wir mit Schäden um, welche zum Beispiel wegen der Subprimekrise besonders hoch waren? Sind alte Datensätze von 1993 repräsentativ für die Zukunft? Zusätzlich erschwert wird dies noch durch die Tatsache, dass die Versicherung von operationellen Risiken für Banken ein junges Geschäftsfeld ist, wo ohnehin noch nicht so viele Erfahrungswerte vorhanden sind und gerade in Krisenzeiten übermäßig viele Großschäden auftreten. Zusammen mit den Kollegen haben wir es so gelöst, dass ich für verschiedenste Eingabedaten eine Inflation geschätzt habe – wohl in der Hoffnung, dass die Ergebnisse sich nicht zu sehr unterscheiden. Unglücklicherweise war dies nicht der Fall, sodass die

Inflation auch in näherer Zukunft sich wohl nicht genauer bestimmen lässt.

Trotz des etwas enttäuschenden Ergebnisses war es eine interessante Erfahrung, dass in Praxis ganz andere Probleme auftreten als beim Beweisen mit Bleistift und Papier. Ergänzend möchte ich das exzellente Betreuungsverhältnis und die Wertschätzung meiner Arbeit betonen, sowie natürlich den schönen Alpenblick vom sechsten Stock des Büros. Des Weiteren gab es ein Praktikantenprogramm, was angefangen von Kunstführungen bis zu speziellen Workshops einen regen Austausch mit anderen Praktikanten und Diplomanden gefördert hat. Besonders erwähnenswert ist auch das sogenannte Praktikantenforum, wo Praktikanten und Diplomanden die Möglichkeit haben, ihre Arbeit vor der Gruppe vorzustellen. Da bei der Münchener Rück auch viele Geologen und Physiker ein Praktikum absolviert haben, war dies ein spannender Ausblick über den Tellerrand.

Nach Ende der acht Wochen wurde mir angeboten, während des Semesters für zehn Stunden pro Woche als Werkstudent zu arbeiten, was ich auch gerne angenommen habe.

Insgesamt kann ich ein Praktikum bei der Münchener Rück nur weiterempfehlen. Besonders ist mir aufgefallen, dass ein (Wirtschafts-)Mathematiker hier vielseitigere Qualitäten mitbringen muss als nur analytisches Geschick. Insbesondere wegen des oft internationalen Geschäftsfeldes ist nicht nur ein sehr gutes Englisch ein Muss, sondern auch sogenannte „Soft-Skills“, da die Mathematiker oft bei Preisverhandlungen mit Kunden, hier die Erstversicherungen, beteiligt sind.

Janis Bauer

Erfahrungen bei der Siemens AG

Mathematik und Produktion gehen Hand in Hand, so vielfältig ist die Anwendung der Mathematik. Das zeigt sich gerade dann als eine große Herausforderung, wenn man sich vom theoretischen, erlernten Wissen aus zahlreichen Vorlesungen im Grund- und vor allem Hauptstudium aufmacht und dieses Wissen in einem Wirtschaftsunternehmen in Anwendungen umsetzt. Meine Erwartung dabei war es, einerseits Methodik und Zusammenhänge aus meinem Studium prägnanter zu erkennen und sie andererseits in der Praxis eines Unternehmens anzuwenden.

Zunächst wurde ich bei der Analyse des Produktionsablaufs in einem Transformatorenwerk der Siemens AG in Nürnberg eingesetzt. Ein solcher Ablauf umfasst jeden einzelnen Produktionsschritt vom Wareneingang bis zum Warenausgang. Bei dieser Produktion geht es nicht um Serienfertigung, sondern um Einzelfertigung. Jeder Transformator hat so sein eigenes Wesen und jeder Prozessschritt hat stets eine andere Vorgehensweise. Der Prozess umfasst die Herstellung von Material für die weitere Produktion ebenso wie die Herstellung einer Spule und das Prüfen des Transformators am Ende des Herstellungsprozesses. Das Ziel war dann das Aufspüren und Beseitigen sogenannter „Bottlenecks“. Darunter versteht man einen Teilprozess, der die höchste Auslastung in der gesamten Prozesskette besitzt und damit den Durchfluss stark begrenzt. Ein Produkt braucht somit länger zum Kunden, als dies der Kunde fordert. In diesem Zusammenhang erfasste und analysierte ich unter fachkundiger Anleitung meiner Teammitglieder wesentliche qualitätsrelevante Parameter eines Prozesses zur Herstellung von Transformatoren, die anschließend mittels statistischer Ver-

fahren ausgewertet wurden. Eine Erhöhung der Entdeckungswahrscheinlichkeit und eine Reduzierung der Auftretenswahrscheinlichkeit eines Fehlers, der in einem beliebigen Schritt auftreten kann, ist Ziel des Qualitätsmanagements. Zur Anwendung kamen hierbei bekannte Methoden wie beispielsweise die Anwendung von Histogrammen, um Verteilungen zu folgern, sowie Varianzanalysen und Auswertungen von Korrelationen. Anfangs war ich von der Komplexität des Produktionsprozesses eines Transformators zwar geschockt und überwältigt, aber schon bald faszinierte mich die Möglichkeit, einen solchen Prozess durch theoretische mathematische Methoden greifbar zu machen und diesen zu modellieren. Optimierungsmethoden wie etwa die Anwendung des Simplex-Algorithmus und die Warteschlangentheorie stellten den Grundstock für tiefergehende Analysen. Die erstmalige praktische Erfahrung von Kenntnissen, die mir im Studium vermittelt worden waren, stellte somit eine überaus spannende Erfahrung dar.

Einen Anschluss an dieses Praktikum gab es für mich als Werkstudent und Diplomand im Bereich Corporate Technology der Siemens AG in München-Perlach. Die Abteilung Production Processes befasst sich mit allen Aspekten der Optimierung von Produktionsprozessen in den weltweit verteilten Werken des Unternehmens. Dabei ist es die Aufgabe, Methoden fach- und zielgerecht auf einzelne Prozessschritte anzuwenden. Dadurch können diese schlüssig modelliert und optimiert werden, und die verwendete Methodik wird somit – meist auf der Basis aussagefähiger und prägnanter Charts und Präsentationen – in den zukünftigen Produktionsverfahren in den Werken umge-

setzt. Eine Verkürzung der effektiven Herstellzeit eines beliebigen Produktes, die Erhöhung der systemgerechten Auslastung der Maschinen-, Material- und Mitarbeiterkapazität und die Senkung von Kosten des gesamten Prozesses sind das Ziel dieser strukturierten, analytischen Vorgehensweise. Die stochastische Mathematik kommt insbesondere dann zum Tragen, sobald volatiler Kundenbedarf und schwankende Wiederbeschaffungszeiten von Material und Maschinen berücksichtigt werden müssen. Dabei spielen Rechnungen mit Erwartungswerten, partiell zu integrierenden Integralen und Rechnungen mit insbesondere diskreten und normalverteilten Verteilungen eine große Rolle. Unsicherheiten der Kundenbedarfe werden statistisch ausgewertet.

Persönlich befasse ich mich seit über einem Jahr mit dem Thema „Optimaler Einsatz von Leiharbeitskräften im Produktionsumfeld“. Ergebnisse meiner Tätigkeit werden im Rahmen der Dissertation meines direkten Betreuers in seiner Arbeit verwendet. Dieses Projekt führe ich momentan im Rahmen meiner Diplomarbeit weiter. Dabei analysiere ich mit Mitteln spieltheoretischer Axiome und Gesetze – dank der engagierten und motivierenden Unterstützung durch Herrn Prof. Dr. Schottenloher – einen gesamten Produktionsprozess im industriellen Umfeld. Dabei stellt die Frage nach einer optimalen Strategienausrichtung des Managements und des Kunden den Kern meiner Arbeit dar. Wichtige mathematische Sätze, die hierbei zur Anwendung kommen, sind vor allem jene Sätze von John Nash, die Nash-Gleichgewichte untersuchen und deren Existenz zeigen, solche Sätze, die Spiele in extensiver Form und Normalform beschreiben, sowie

aus der Wahrscheinlichkeitstheorie bekannte Sätze wie der Satz von Bayes.

Corporate Technology ist die Forschungs- und Entwicklungsabteilung des Unternehmens und unterstützt mit ihren theoretisch fundierten und praxisorientierten Ergebnissen alle internen Produktionsbetriebe. Viele Mitarbeiter sind unter der Woche – in der Regel von Montag bis Donnerstag – in Consulting-Projekten unterwegs, also direkt bei internen Kunden wie zum Beispiel dem bereits erwähnten Transformatorenwerk tätig. Wichtige Grundlage für ein produktives Ergebnis war und ist für mich vor allem das selbstständige Arbeiten. Gerade Recherchen außerhalb des Siemens-Areals, wie etwa die intensive Suche nach Literatur in der Bayerischen Staatsbibliothek oder die direkte Kontaktaufnahme mit wissenschaftlichen Instituten, machen für mich die Arbeit spannend und interessant. Jedoch standen mir diese Berater, auch wenn sie nicht im Haus waren, stets durch Telefonate und E-Mails zu Hilfe, wenn ich Probleme hatte, die ich von selbst nicht lösen konnte. Wer allerdings glaubt, man kann auch in Zukunft in der Firma-internen Fachbibliothek einfach stöbern oder nachschlagen, der täuscht sich. Diese Bücher lassen sich seit Neuestem nur noch online bestellen. Da mich das Arbeiten an der Schnittstelle zwischen theoretischer Forschung und praktischer Anwendung sehr interessiert – fast anderthalb Jahre bin ich nun durchgehend bei Siemens tätig, als Praktikant, Werkstudent beziehungsweise Diplomand –, ist es mein Ziel, im Anschluss an mein Mathematikstudium weiter in diesem Bereich tätig zu sein.

Andreas Reichl

Gemeinsame Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Ludwig-Maximilians-Universität München,
8.-12. März 2010

Zum zweiten Mal in ihrer Geschichte gestalten die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV) und die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) eine gemeinsame Jahrestagung. München ist nach 1998 wieder einmal Tagungsort der GDM und seit 1893 auch bereits das fünfte Mal Tagungsort der DMV. Die Organisatoren der Tagung aus den Reihen der beiden Mathematischen Institute der Ludwig-Maximilians-Universität und der Technischen Universität München sowie dem Heinz Nixdorf-Stiftungslehrstuhl für Didaktik der Mathematik an der TUM School of Education wollen an diese Tradition anknüpfen und laden Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler, Lehrkräfte und Interessierte beider Communities herzlich nach München ein. Ort der Tagung wird das zentral gelegene Hauptgebäude der Ludwig-Maximilians-Universität sein.



Die Mathematik und die Mathematikdidaktik sind eng verbundene Disziplinen. Die Fachdidaktik ist als Wissenschaft vom mathematischen Denken und dessen Vermittlung auf immer neue Impulse aus aktuellen Zweigen der Mathematik angewiesen. Andererseits ist der Bezug zur Fachdidaktik auch für Fachwissenschaftler von Interesse und das ganz besonders im Hinblick auf die Ausbildung der Studierenden und des wissenschaftlichen Nachwuchses. Eine gemeinsame Jahrestagung stellt eine herausragende Möglichkeit dar, diesen gegenseitigen Austausch zu nutzen und zu intensivieren.

Das Programm der Tagung wird die traditionellen Teile der Jahrestagungen von DMV und GDM in der gewohnten Form berücksichtigen. Auch wenn diese teilweise parallel geplant sind, sind doch Mitglieder der jeweils anderen Community herzlich eingeladen. Als Hauptvortragende im Bereich der Mathematik konnten gewonnen werden:

- Folkmar Bornemann (TU München)
- Jonathan Borwein (University of Newcastle)
- Anton Bovier (Universität Bonn)
- Leonid Polterovich (University of Chicago & MSRI Berkley)
- Tristan Rivière (ETH Zürich)
- Katrin Tent (Universität Münster)

Weiterhin wird Annette Werner (Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt) die Emmy Noether Lecture halten. Für die Hauptvorträge zur Fachdidaktik, die parallel zu den Vormittagsvorträgen der Mathematik stattfinden, haben die folgenden Kolleginnen und Kollegen zugesagt:

- Elisabeth Moser Opitz (Universität Zürich)
- Lieven Verschaffel (Katholieke Universiteit Leuven)
- Aiso Heinze (Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften Kiel)
- Philipp Mayring (Universität Klagenfurt)

Über die Hauptvorträge hinaus sind natürlich Einzelbeiträge vorgesehen, die in thematischen

Sektionen und – im Bereich der Mathematik – in Minisymposien organisiert werden. Sowohl Einzelbeiträge als auch Minisymposien bzw. Beiträge darin können bis *spätestens 31. Januar* über die Tagungshomepage www.math2010.de angemeldet werden.

Um besonders Gemeinsamkeiten der beiden Forschungsfelder zu betonen sind, wie schon auf der letzten gemeinsamen Tagung in Berlin, besondere Vorträge vorgesehen, die an der Schnittstelle von Fach und Fachdidaktik angesiedelt sind und potentiell Interessen von Teilnehmern beider Bereiche ansprechen:

- *Persi Diaconis* (Stanford University)
- *Hans-Niels Jahnke* (Universität Duisburg-Essen)
- *Ueli Maurer* (ETH Zürich)
- *Francesca Biagini* (LMU München)

Auch der Eröffnungsvortrag der Tagung wurde bewusst an der Schnittstelle angesiedelt. Dafür konnte *Jürgen Baumert* (Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin) gewonnen werden. Darüber hinaus werden gemeinsam mit den beiden Fachgesellschaften DMV und GDM weitere Schnittstellenaktivitäten organisiert, die sich fokussiert mit Themen befassen, zu denen Expertise beider Communities notwendig ist oder die für beide Seiten von wechselseitigem Interesse sind. Am Dienstag den 9. März werden Veranstaltungen und Vorträge gebündelt, die besonders auch für aktive Lehrkräfte aller Schularten von Interesse sind. Die Teilnahme an der Tagung nur an diesem einen Tag ist daher für alle Lehrkräfte möglich.

Neben den wissenschaftlichen Aktivitäten gibt ein vielfältiges Rahmenprogramm Möglichkeiten zum fachlichen und überfachlichen Austausch. So können Karten für Oper und Theater über die Tagungshomepage gebucht werden. Für den Mittwoch Nachmittag sind Angebote vorgesehen, die zum Kennlernen der bayerischen Landeshauptstadt München einladen und ihre bekannten wie unbekannten Seiten zeigen sollen.

Wir würden uns sehr freuen, Sie im März in München begrüßen zu dürfen und wünschen Ihnen und uns eine produktive, abwechslungsreiche Tagung und einen intensiven Austausch.

Kristina Reiss (Heinz Nixdorf-Stiftungslehrstuhl für Didaktik der Mathematik, TUM School of Education, TU München)

Gregor Kemper (Dekan des Zentrums Mathematik der TU München)

Detlef Dürr (Direktor des Mathematischen Instituts der LMU München)
für das lokale Organisationskomitee

Das Wichtigste im Überblick

Termin	8.-12. März 2010
Lehrertag	9. März 2010
Ort	München
	Hauptgebäude der LMU am Geschwister-Scholl-Platz
Anmeldung	Vergünstigt bis 6.1.2010
Beitragseinreichung	Bis spätestens 31.1.2010
Veranstalter	Mathematisches Institut der LMU München Heinz Nixdorf-Stiftungslehrstuhl, TUM School of Education, TU München Zentrum Mathematik der TU München
Weitere Informationen, Anmeldung, Beitragseinreichung, Hotelbuchung	Tagungshomepage www.math2010.de

Deine Facharbeit in der 1. Liga!

Hol dir den Dr. Hans Riegel-Fachpreis
für die beste Facharbeit in

Erdkunde oder **Mathematik!**

Zu gewinnen gibt es in jedem Fach:

1. Preis: € 600
2. Preis: € 400
3. Preis: € 200

Nähere Informationen
findest du hier:

www.math.lmu.de/fachpreise



Du kannst dich bewerben,
falls du deine Facharbeit in
Erdkunde oder Mathematik
im Schuljahr 2009/2010
geschrieben hast und
diese deiner Meinung nach
ausgezeichnet gelungen ist.

Einsendeschluss: 1. Mai 2010

Deine Facharbeit wird
von Fachwissenschaftlern
der Ludwig-Maximilians-
Universität München
begutachtet.



DR. HANS RIEGEL-STIFTUNG

LMU

LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

Vergeben von der
Ludwig-Maximilians-Universität
München und der
Dr. Hans Riegel-Stiftung.



Das Traineeprogramm der BayernLB

Learning by Banking

Die BayernLB ist ein starker und verlässlicher Finanzpartner – verwurzelt in Bayern, geprägt durch enge Kundenbeziehungen und ausgezeichnet durch individuelle Finanzlösungen für unsere Kunden sowie deren nationale und internationale Marktaktivitäten.

Sie haben einen überdurchschnittlichen Abschluss in Wirtschaftswissenschaften oder Jura und bringen erste Praxiserfahrung im Finanzwesen mit? Sie sind engagiert und haben Spaß an der Dienstleistung? Dann haben Sie beste Voraussetzungen für die Aufnahme in unser Traineeprogramm. 15 Monate lang arbeiten Sie in einer international tätigen Großbank. In einem maßgeschneiderten Programm werden Sie dabei intensiv und individuell von uns gefördert – nach Ihren Fähigkeiten und nach Ihren Neigungen. Ihr Gewinn: Professionalität und eine faszinierende Berufsperspektive in der Welt der Wirtschaft.

Interessiert? Dann richten Sie Ihre Bewerbung an:

Bayerische Landesbank (BayernLB)
Corporate Center Bereich Personal
Personalentwicklung, 1630
Nachwuchsentwicklung
80277 München

Telefon 089 2171-24915
trainee@bayernlb.de · www.bayernlb.de

Karrieren

Ein Münchner Mathematiker in Wales an der Prifysgol Abertawe



Während meines Mathematikstudiums an der LMU München fühlte ich mich am meisten zur Topologie und zur Logik hingezogen. Beide Disziplinen sind gute Beispiele dafür, wie man in der Mathematik durch Abstraktion und Einnahme eines höheren Standpunkts Theorien von geradezu schwindelerregender Allgemeinheit und Vereinheitlichungskraft gewinnen kann: in der Topologie (die mir damals in exzellenter Weise von Prof. Roelcke vermittelt wurde) die einheitliche Behandlung verschiedenster Konvergenz- und Stetigkeitsbegriffe, in der Logik ein überraschend einfacher Herleitungskalkül, der in der Lage ist, alle logisch gültigen Aussagen formal zu beweisen (Gödels Vollständigkeitssatz), sowie die Zermelo-Fraenkelsche Mengenlehre, in der die gesamte (klassische) Mathematik formalisiert werden kann. Darüber hinaus zeigt die Logik prinzipiell unüberwindbare Grenzen der Mathematik auf: Nach dem Ersten Unvollständigkeitssatz von Gödel gibt es in jedem widerspruchsfreien formalen System der Mathematik, welches ein Minimum an Zahlentheorie umfasst, Aussagen, die in ihr nicht entscheidbar, also weder beweisbar noch widerlegbar sind. Aber es kommt noch „schlimmer“: Es existieren nicht nur irgendwelche verqueren unentscheidbare Aussagen, deren Wahrheit niemanden interessiert, nein, Gödel zeigte in seinem Zweiten Unvoll-

ständigkeitssatz, dass ausgerechnet die gemäß „Hilbert’s Programm“ wichtigste Aussage, nämlich die Widerspruchsfreiheit des betrachteten Systems, in ebendiesem nicht beweisbar ist.

Genauso, wie ich mich jetzt dazu habe hinreißen lassen, den Leser mit einigen der

„highlights“ der Logik zu „überfallen“ – wo ich doch über meinen Werdegang nach dem Studium berichten will –, war ich damals von der Logik hingerissen. Meine Doktorarbeit (1990) beschäftigte sich mit einer faszinierenden Verbindung von Topologie, Berechenbarkeit und Logik (Domain Theory). Auf einem von mir entwickelten topologischen Begriff der Totalität aufbauend konnte ich zeigen, dass unter sehr allgemeinen Bedingungen berechenbare totale Funktionale automatisch stetig sind. In meiner Habilitationsschrift (1997) verallgemeinerte ich diese Ergebnisse auf Modelle der intuitionistischen Typentheorie.

Da die in der Münchner Logikgruppe betriebene Forschung zahlreiche Verbindungen zur Informatik hat, war es nur natürlich, mich nach einer Stelle in diesem Gebiet umzusehen. Dass ich dabei allerdings in Wales (auf walisisch „Cymru“, ausgesprochen „Kamri“) landen würde, hätte ich mir nicht träumen lassen.

Als ich 1999 meine Stelle als Lecturer an der Prifysgol Abertawe (Universität Swansea) antrat – inzwischen bin ich Reader –, war das dortige Computer Science Department sehr klein. Die Theoretische Informatik

in Swansea umfasste damals, mit mir als Neuzugang und einzigem Ausländer, vier Dozenten. Inzwischen hat sich ihre Größe fast verdreifacht, und sie besteht nun gut zur Hälfte aus deutschen Logikern, darunter drei von der LMU. Die von der Gruppe vertretene Forschung umfasst z.B. Algebraische Spezifikation, Beweistheoretische Methoden in der Komplexitätstheorie und Programmextraktion, Prozess-Algebra, Semantik von Programmiersprachen, aber auch Angewandtes wie die Verifikation elektronischer Schaltungsanlagen auf britischen Bahnhöfen – mein Kollege Anton Setzer, einer der drei Münchner Logiker, ist an letzterem Projekt beteiligt. Meine eigene aktuelle Forschung befasst sich vorwiegend mit der oben genannten Programmextraktion aus Beweisen und deren Anwendung – zum Beispiel auf die exakte Berechnung reeller Funktionen.

In Swansea wird aber Logik nicht nur betrieben, bei uns treffen sich auch viele Logiker aus aller Welt. Seit 2006 veranstalteten wir in Swansea jedes Jahr eine internationale Logik-Tagung. Das Gruppenphoto wurden während eines Lunch-Picnics von „Proof, Computation, Complexity“ (April 2007) am Strand vor der Uni aufgenommen. Mancher Leser wird darauf einige ehemalige oder jetzige „Münchner“ erkennen.

Was mich am meisten überraschte, als ich die britische „Logic Community“ nach und nach kennenlernte, war

das Maß an Respekt, mit dem man behandelt wird, wenn man aus der Münchner Logikschule hervorgegangen ist. Die britischen Logiker wissen erstaunlich gut Bescheid über die Logik in München. Die aktuellen Entwicklungen dort werden hier in Großbritannien mit großem Interesse verfolgt.

Jetzt lebe ich seit zehn Jahren mit meinen beiden Söhnen und meiner Frau Monika Seisenberger – auch eine Münchner Logikerin und Kollegin – in Swansea. Wir genießen die Weite des Meeres und die wilde Küstenlandschaft des Gowers (eine an Swansea angrenzende Halbinsel) – was nicht heißt, dass wir unsere bayerische Heimat und die Berge nicht vermissen würden.

Mit besonderer Freude und Stolz erfüllt mich, dass der rege wissenschaftliche Austausch mit meinem Doktorvater Prof. Schwichtenberg und seiner Münchner Logikgruppe nach wie vor besteht. Ich hoffe, dass das noch lange so bleiben wird.

Ulrich Berger



Karrieren

Mathematik unterrichten, wo viele gerne Urlaub machen

South Beach, Everglades, Florida Keys, Cape Canaveral, Disney World – beim Stichwort Südfloida denkt vielleicht nicht jeder gleich an die Mathematik. Wie es mich in die Region verschlagen hat, und warum die Arbeit hier durchaus ihre Reize hat, möchte ich in diesem Bericht darlegen.

Lehrjahre

Studiert und promoviert habe ich an der Uni München. Was war an meinem Studium rückblickend besonders wichtig? Zuerst natürlich die ausgezeichneten Algebraveranstaltungen, die ich bei den Professoren Zimmermann – meinem späteren Doktorvater –, Zöschinger und Schneider besuchen konnte. Und dann die Ermutigung, Projekte von besonderem Interesse mit Entschlossenheit zu verfolgen; dazu möchte ich drei Beispiele geben:

In der Darstellungstheorie haben es die neuen Methoden von Auslander und Reiten möglich gemacht, unter Verwendung von Kombinatorik, Ringtheorie und Homologischer Algebra Kategorien von Moduln ganz genau zu beschreiben. (Ein Beispiel einer solchen Kategorie ist auf dem Photo mit den Kaffeebechern für einen Schülermathewettbewerb.) Die Darstellungstheorie wurde also mein Diplom- und Promotionsthema.



Während in der Stadt München damals Bürgerinitiativen zur Verkehrspolitik zunehmend aktiv wurden, konnte ich mich an der Uni an der Gründung des Arbeitskreises Rad der Fachschaft Mathematik beteiligen. Wir haben Diskussionsveranstaltungen, Aktionstage und die drei Münchner Fahrraddemos 1990–92 organisiert. (Und wurden dafür auch einmal nach Bonn eingeladen!)

Zurück zur Mathematik. Mein erster Uniabschluss ist übrigens ein Master of Science, denn ich konnte mit einem Stipendium des DAAD ein Jahr lang an der Uni Warwick in England studieren. Ich habe mich dort entschlossen, eine Promotion in der Mathematik anzustreben.

Wanderjahre

Dagegen habe ich mich nie bewusst für eine Unikarriere entschieden. Als sich jedoch nach der Promotion 1996 die Möglichkeit ergab, für zwei Jahre als wissenschaftlicher Assistent an der Karlsuniversität Prag zu arbeiten, konnte ich nicht widerstehen. Dort habe ich Übungen betreut, durfte aber auch (an der ältesten Universität Mitteleuropas!) eigene Veranstaltungen anbieten, etwa „Darstellungstheorie von Gruppen“ oder „Knotentheorie und Quantengruppen“.

Nach Prag war ich für ein Jahr als Postdoktorand in Antwerpen, unterstützt durch ein TMR-Stipendium der Europäischen Union. Dann ergab sich die Möglichkeit, als Visiting Professor für ein Jahr in den Vereinigten Staa-

ten zu arbeiten. An dieser Stelle möchte ich mich bei Professor Zöschinger und Dr. Schuster für die Vermittlung bedanken.

Aus der Neuen Welt

Aus dem Jahr als Besucher wurden zwei, und als ich mich dann auf Stellen bewarb, habe ich das Angebot einer Assistenzprofessur an der Florida Atlantic University gerne angenommen. Die Staatsuniversität versorgt mit acht „campuses“ die Ostküste von Südfllorida, insbesondere die Gegend um Fort Lauderdale und West Palm Beach. Ich selbst lebe und arbeite in Boca Raton, einer Stadt, die durch Tennis und die Entwicklung des IBM PC bekannt geworden ist, die aber auch als Spamhauptstadt der Welt gilt. Die Stadt ist schön angelegt, so gibt es etwa keine Werbetafeln und keine Autohändler. Was ich sehr schätze, ist, dass das Zentrum nicht ganz am Meer liegt, so dass man am Strand zwischen Dünen und dem Atlantik stundenlang wandern kann.

Unser Department bietet Bachelor- und Master-Abschlüsse an, veranstaltet aber auch viele Servicekurse für Naturwissenschaftler, Ingenieure, sogar Geisteswissenschaftler. Wir haben ein Promotionsprogramm mit etwa 50 Doktoranden. Gewöhnlich biete ich jedes Semester zwei drei- oder vierstündige Veranstaltungen an, meist für Ingenieure oder für Mathematikstudenten im Grundstudium, gelegentlich sind auch Vorlesungen für Doktoranden dabei. Daneben organisiere ich das Algebraseminar. Meine Arbeit an der FAU wird nach Forschung, Lehre und Service beurteilt. Aus jedem der drei Bereiche möchte ich einen Höhepunkt vorstellen.

Das Untergruppenproblem

In der Forschung habe ich in Boca Raton begonnen, am Birkhoff Problem zur Klassifikation von Einbettungen einer Untergruppe in einer endlichen abelschen Gruppe zu arbeiten. Als ich bei einem Besuch am Sonderforschungsbereich in Bielefeld Professor Ringel davon berichtete, fand er das Problem so interessant, dass sich eine Zusammenarbeit ergab, aus der bisher drei Arbeiten entstanden sind.

Die Ergebnisse zum Problem von Birkhoff haben unmittelbare Anwendung in der Linearen Algebra, insbesondere zur Klassifizierung der invarianten Unterräume eines linearen Operators. Oft trage ich auf Tagungen oder bei Kolloquien über das Birkhoff Problem oder die Anwendungen vor.

Meine erste Doktorandin

Audrey Moore kam im Herbst 2006 an die FAU mit einem Master von der Virginia Tech University. Sie arbeitete mit mir seit dem Sommer 2007 und wurde im Herbst meine erste Doktorandin. Während meines Forschungsfreisemesters im Herbst 2008 haben Audrey und ich den Sonderforschungsbereich in Bielefeld besucht. Dort konnte sie insbe-



sondere den Satz von Auslander und Ringel-Tachikawa für Darstellungen eines Posets verallgemeinern, ein Ergebnis, das mich besonders freut, da es auf einem Beweis des klassischen Satzes durch meinen Doktorvater aufbaut.

Audrey (auf dem Bild bei einem Ausflug nach Neuschwanstein) konnte schon im Frühjahr darauf an der University of California in Santa Barbara und dann auf der Internationalen Auslander Tagung in Woods Hole in Massachusetts über ihre Arbeit vortragen. Sie verteidigte ihre Dissertation im Juni 2009 und ist jetzt als Assistenzprofessorin an der Delaware State University tätig.



Mathewettbewerbe an Highschools

Im Frühjahr 2002 leitete der Chair unseres Departments eine E-Mail einer Lehrerin weiter: Ihre Schule sucht Professoren, die bereit sind, bei einem Mathewettbewerb im „dispute center“ mitzuarbeiten – klingt das nicht nach etwas Außergewöhnlichem? Zu dritt haben wir die Schule besucht: An einem wunderschönen Samstagvormittag kamen dort über 1000 Schüler von etwa 40 Highschools in Südflo-rida zusammen, um einen ganzen Tag lang in Einzel-, Gruppen- und Schulwettbewerben Mathematikaufgaben zu lösen!

Die Schüler sind in Teams organisiert, und jedes Team hat sein eigenes T-Shirt, oft mit einem witzigen Mathemotiv. Was ist unsere Aufgabe? Falls nun bei diesen vielen Wettbewerben Schüler mit der offiziellen Lösung eines Problems nicht einverstanden sind, können sie „disputes“ einreichen, über die wir drei dann zu entscheiden haben. Zum Abschluss werden in der Turnhalle über 200 „trophies“ an die Sieger verliehen: Die Schüler jubeln sich zu wie bei einem Sportereignis – was die Veranstaltung auch ist.

Seit dem Tag besuche ich regelmäßig regionale Mathewettbewerbe dieser Art, und zweimal schon konnten wir ein solches Ereignis

bei uns an der Uni veranstalten (siehe Photo). Bei jedem Wettbewerb freut es mich, Lehrer zu treffen, die unglaublich viel Energie in das Training ihrer Teams investieren und damit ihren Schülern ausgezeichnete Möglichkeiten bei der Bewerbung um einen Studienplatz verschaffen.

Insgesamt haben mir die Ausbildung in München und die Unterstützung aus Bielefeld es ermöglicht, hier in Florida einen faszinierenden Beruf auszuüben. Ich schätze besonders Projekte, etwa mit Lehrern bei der Organisation von Highschool-Mathewettbewerben, genieße die Möglichkeit, Kollegen, insbesondere in Deutschland, besuchen zu können, und freue mich über jeden Studenten, der mit einem Matheproblem an meiner Bürotür anknüpft.

Markus Schmidmeier

Mathematik am Samstag

Samstag, den 06.03.2010, 14.15 – 15.30
Raum M 010, Hauptgebäude, Geschwister-Scholl-Platz 1

Prof. Dr. Peter Müller

**Über Nachtwächter und Ameisen in
einem zufälligen Irrgarten**

Der Vortrag stellt zwei Irrfahrtsprobleme vor, zwischen denen ein erst vor wenigen Jahren gefundener, überraschender Zusammenhang besteht. Zum einen handelt es sich um eine Irrfahrt auf einem regelmäßigen Gitter mit einem zusätzlichen Freiheitsgrad, zum anderen um eine einfache Irrfahrt in einer zufälligen Umgebung.

Samstag, den 20.03.2010, 14.15 – 15.30
Raum A 021, Hauptgebäude, Geschwister-Scholl-Platz 1

Priv.-Doz. Dr. Andreas Hinz

**Der Turm von Hanoi – Graphen
weisen den rechten Weg**

Der Turm von Hanoi ist ein Solitärspiel, das Ende des 19. Jahrhunderts von dem Zahlentheoretiker Edouard Lucas erfunden wurde. Sein mathematisches Modell basiert auf Graphen, wie sie uns z.B. von U-Bahn-Plänen vertraut sind. Es führt auf Verbindungen zu altindischer Lyrik, italienischen Ornamenten und chinesischen Codes. Praktische Anwendung findet der Turm von Hanoi als Test in der kognitiven Neuropsychologie.

Samstag, den 17.04.2010, 14.15 – 15.30
Voraussichtlich: B 005, Mathematisches Institut, Theresienstr. 39

Prof. Dr. Heinrich Steinlein

**Wo parkt man im Weltraum am
billigsten?**

Die NASA-Sonde Genesis hatte die Aufgabe, winzige Mengen von Sonnenwindpartikeln einzufangen und sicher zur Erde zu bringen. Dazu war es nötig, die Raumsonde außerhalb der Erdatmosphäre und des Erdmagnetfeldes für gut drei Jahre zu positionieren und danach sicher zur Erde zurückzuholen. Welche Parkposition bot sich für diese Mission an und was steckt an Mathematik dahinter?

10 Jahre Probestudium Mathematik



Vom 7. bis 11. September 2009 fand das 10. Probestudium des Mathematischen Instituts statt; ein guter Anlass, zurückzublicken:

Im September 2000 konnten knapp 100 Schülerinnen und Schüler beim ersten Probestudium zum Thema „Wachstum, Schwingungen und ein Blick ins Chaos“ begrüßt werden. Von Herrn Dr. Schörner und Herrn Emmer konzipiert, organisiert und durchgeführt, war die erste Ausgabe des Probestudiums ein so großer Erfolg, dass Idee und Konzept in den folgenden Jahren übernommen und weitergeführt wurden. Die zentralen Bausteine, die 2-stündigen Vorlesungen am Vormittag kombiniert mit Übungen in Kleingruppen an drei

Nachmittagen, aufgelockert durch zwei Vorträge aus der beruflichen Praxis und ergänzt durch eine Exkursion und eine Abschlussfeier mit Urkundenverleihung, haben sich bewährt und blieben bis heute erhalten. Die Zuhörer werden so mit dem Ablauf typischer Lehrveranstaltungen des Mathematikstudiums vertraut und lernen ein spannendes Gebiet der Mathematik näher kennen, beim letztjährigen Probestudium war es die Theorie der komplexen Funktionen. Ergänzend wurden 2009 den Teilnehmern in Kurzvorträgen auch andere Teilgebiete der Mathematik vorgestellt, mit welchen sich unser Institut beschäftigt.



Das Probestudium ist keine Ein-Mann-Veranstaltung; der organisatorische Aufwand ist beachtlich. Es müssen ja nicht nur Vorlesung und Übung konzipiert und gehalten werden, sondern z.B. auch Gastvorträge orga-

Das Probestudium ist – zusammen mit dem ebenfalls um die Jahrtausendwende ins Leben gerufenen „Tag der Mathematik“ und der Aktion „Mathematik am Samstag“ – ein wichtiges Aushängeschild des Instituts. Längst



Das Team des Probestudiums 2009

nisiert, Flyer und Urkunden gedruckt, Anmeldungen koordiniert, Mensakarten beschafft, Speisen und Getränke bestellt, Räume reserviert (keine allzu leichte Übung!), Studierende als Hilfskräfte gewonnen und eingewiesen werden und und und ... Deswegen sei an dieser Stelle ganz herzlich all denjenigen gedankt, die an den vergangenen 10 Jahren Probestudium mitgewirkt haben, den Sekretärinnen, Assistentinnen und Assistenten, Dozentinnen und Dozenten und ganz besonders auch allen Studentinnen und Studenten, die als Tutorinnen und Tutoren Übungsgruppen betreut haben und die durch ihren Einsatz wesentlich zum Erfolg des Probestudiums beigetragen haben.

kommen die Teilnehmer nicht mehr nur aus den Schulen, in denen unser Flyer verteilt wird. Im letzten Jahr hatten sich sogar drei Schülerinnen aus Tschechien zum Probestudium angemeldet, sehr bedauernd, dass in ihrer Heimat nichts derartiges angeboten wurde, und überlegen nun, in München an der LMU Mathematik zu studieren.

So geht ein letzter und größter Dank an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer der vergangenen 10 Jahre! Ohne deren Interesse, Engagement und Bereitschaft, eine Woche Ferien für das Probestudium zu „opfern“, hätte es diese Veranstaltung keine 10 Jahre gegeben. Wir dürfen auf weitere 10 erfolgreiche Jahre hoffen!

Daniel Rost



Rätselecke

Quader

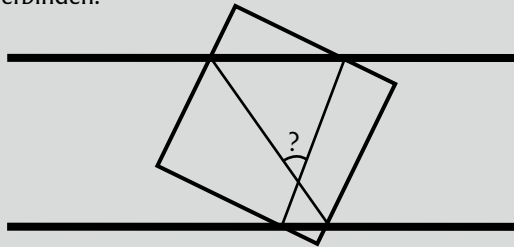
Schneide ein Papierrechteck 3×4 nur so weit an, dass die durch Anschneidung entstandenen Teile immer noch zusammenhalten und man mit dem Angeschnittenen Rechteck einen Quader $1 \times 1 \times 1$ in zwei Schichten kleben kann.

Vielecke

Auf einem Kreisumfang befinden sich 12 blaue Punkte und ein roter Punkt. Gibt es mehr konvexe Vielecke mit nur blauen Ecken oder mehr mit blauen und roten Ecken?

Gleise

Auf den Straßenbahngleisen liegt ein Quadrat, dessen Seite gleich dem Abstand zwischen den Gleisen ist. Wie groß ist der Winkel zwischen zwei Geraden, die überkreuzt die Schnittpunkte der Quadratseiten mit den Gleisen verbinden?



Zauberschlacht

Auf einem Feld befinden sich 50 Zauberer. Mit nur einer Zauberstabbewegung verzaubert jeder der Zauberer den ihm am nächsten stehenden Zauberer (d.h. einen der am nächsten stehenden Zauberer, falls sich mehrere Zauberer in gleicher Entfernung von ihm befinden), wobei alle Zauberstabbewegungen gleichzeitig erfolgen. Wie viele Zauberer mindestens werden verzaubert?

Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 20

Würfel färben

Jede Fläche eines Würfels ist in vier gleiche Quadrate geteilt. Wie viele unterschiedlich aussehende Würfel kann man erhalten, wenn man diese Quadrate in den Farben Blau, Gelb oder Rot so einfärbt, dass Quadrate mit einer gemeinsamen Seite verschieden gefärbt sind? Wie viele Quadrate von jeder Farbe gibt es dann?

Jedes der 24 Teilquadrate grenzt an genau eine der acht Ecken. Da nach unserer Vorschrift die drei Teilquadrate an jeder Ecke unterschiedlich gefärbt sein müssen, gibt es jeweils genau acht Teilquadrate in den Farben Blau, Gelb und Rot.

Es gibt genau sechs Möglichkeiten der Einfärbung der Seitenflächen: Wir bezeichnen die zweifarbigen mit I = blau/gelb, II = gelb/rot und III = rot/blau sowie die dreifarbiges mit (i), (ii) bzw. (iii), wenn die Farbe Rot, Blau bzw. Gelb doppelt vorkommt.

Da jeweils acht blaue, gelbe und rote Teilquadrate vorkommen, sind nur folgende Kombinationen von Seitenflächen möglich:

- a) $2 \cdot I + 2 \cdot II + 2 \cdot III$
- b) $2 \cdot I + 1 \cdot II + 1 \cdot III + 2 \cdot (i)$
 $2 \cdot II + 1 \cdot III + 1 \cdot I + 2 \cdot (ii)$
 $2 \cdot III + 1 \cdot I + 1 \cdot II + 2 \cdot (iii)$
- c) $1 \cdot I + 1 \cdot II + 1 \cdot III + 1 \cdot (i) + 1 \cdot (ii) + 1 \cdot (iii)$
- d) $1 \cdot I + 1 \cdot II + 2 \cdot (i) + 2 \cdot (ii)$
 $1 \cdot II + 1 \cdot III + 2 \cdot (ii) + 2 \cdot (iii)$
 $1 \cdot III + 1 \cdot I + 2 \cdot (iii) + 2 \cdot (i)$
- e) $2 \cdot I + 4 \cdot (i)$
 $2 \cdot II + 4 \cdot (ii)$
 $2 \cdot III + 4 \cdot (iii)$
- f) $1 \cdot I + 3 \cdot (i) + 1 \cdot (ii) + 1 \cdot (iii)$
 $1 \cdot II + 3 \cdot (ii) + 1 \cdot (iii) + 1 \cdot (i)$
 $1 \cdot III + 3 \cdot (iii) + 1 \cdot (i) + 1 \cdot (ii)$
- g) $2 \cdot (i) + 2 \cdot (ii) + 2 \cdot (iii)$

Beim Beweis, welche Kombinationen unter Beachtung der Vorschrift realisierbar sind und in welchen Konstellationen, helfen die folgenden einfach zu beweisenden Tatsachen: (1) Zwei gleiche zweifarbige Flächen können nicht benachbart sein. (2) Eine Kombination je einer Fläche vom Typ I, II und III hat eine gemeinsame Ecke.

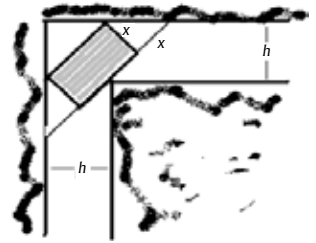
Insbesondere unter Verwendung dieser Tatsachen folgt, dass es zwei Würfel vom Typ a), keinen vom Typ b) und f), vier Würfel vom Typ c), je sechs Würfel vom Typ d) und e) und sogar 21 Würfel vom Typ g) gibt. Insgesamt erlaubt die Vorschrift also 39 verschieden aussehende Würfel. Eine ausführliche Begründung ist nachzulesen auf der Homepage des Fördervereins (www.mathematik.uni-muenchen.de/~fmwus).

Ein Floß auf einem Kanal

Ein Kanal der Breite h hat an einer Stelle einen rechtwinkligen Knick. Welche maximale Fläche darf ein rechteckiges Floß besitzen, damit es diesen Kanal befahren kann?

Angenommen, das Floß ist ein Quadrat, dann kann seine Fläche höchstens h^2 betragen; das Floß passiert den Kanal mithilfe von zwei Parallelverschiebungen.

Anderenfalls ist seine Länge größer als die Breite. In diesem Fall dreht sich das Floß um 90° , und in einem bestimmten Augenblick bilden seine längeren Seiten mit dem Ufer des Kanals einen 45° -Winkel. Es ist damit in ein großes gleichschenklighrechtwinkliges Dreieck mit den Schenkellängen $2h$ und Hypotenuse $2\sqrt{2} \cdot h$ einbeschrieben (siehe Abbildung).



Sei x die Breite des Floßes. Dann ist seine Länge $2\sqrt{2} \cdot h - 2x$ und seine Fläche ist gleich $x \cdot (2\sqrt{2} \cdot h - 2x) = h^2 - 2(h/\sqrt{2} - x)^2$. Der letzte Ausdruck nimmt sein Maximum für $x = h/\sqrt{2}$ an. Das Floß mit der maximalen Fläche h^2 besitzt demnach Breite $h/\sqrt{2}$ und Länge $\sqrt{2} \cdot h$. Dieses Floß kann auf folgende Weise den Kanal passieren: Man lasse das Floß an der Innenseite des Kanals gleiten, bis die Mitte seiner Länge die herausragende Ecke des Kanals erreicht hat, dann drehe man das Floß um 90° . Dies ist möglich, da der Abstand zwischen der Seitenmitte des Floßes und Punkten der gegenüberliegenden Seite höchstens h beträgt.

Schachturnier

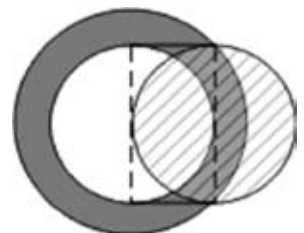
Bei einem Schachturnier hat jeder Teilnehmer genauso viele Partien mit den weißen Figuren gewonnen, wie der Rest der Teilnehmer mit den schwarzen Figuren gewonnen hat. Stimmt es, dass alle Teilnehmer dieselbe Anzahl von Siegen feiern konnten?

Betrachten wir einen Turnierteilnehmer. Die Gesamtzahl seiner Siege ist die Summe der Anzahl der Partien, die er mit den weißen Figuren gewonnen hat und der Anzahl der Partien, die er mit den schwarzen Figuren gewonnen hat. Damit ist die Gesamtzahl seiner Siege gleich der Anzahl der Partien, die mit den schwarzen Figuren gewonnen wurden; diese Anzahl ist aber für alle Turnierteilnehmer gleich.

Flächen

Welcher Flächeninhalt ist größer, der des grau gefärbten Ringes oder derjenige des schraffierten Kreises?

Die Flächeninhalte sind gleich groß. Sei r der Radius des inneren weißen Kreises und gleichzeitig der Radius des schraffierten Kreises. Der Radius R des großen Kreises ist dann gleich $\sqrt{2}r$ und der Flächeninhalt des grauen Ringes ist gleich $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi r^2$ und damit gleich der Fläche des schraffierten Kreises.



Der Zufall – ein Helfer und kein Störenfried

Warum die Wissenschaft stochastische Modelle braucht

Götz Kersting

Der Zufall hat in den Wissenschaften weiterhin einen zweifelhaften Ruf. Für die Philosophie hat Hegel festgestellt: „Die philosophische Betrachtung hat keine andere Absicht, als das Zufällige zu entfernen“ (*Die Vernunft in der Geschichte*, 1822) – und ähnlich denkt man auch in anderen Wissenschaften. Die Auseinandersetzungen der Physik mit dem Zufall sind verschlungen und bis heute von Kontroversen begleitet. Was die Biologie betrifft, so herrscht noch einiger Argwohn gegenüber den modernen Evolutionstheorien, die sich entscheidend auf den Zufall stützen. Und dass derartige Theorien unvereinbar sind mit der Vorstellung von einer göttlichen Schöpfung der Welt, gilt unter manchen ihrer Gegner wie Befürworter als ausgemacht.

Die Skepsis rührt zu einem gewichtigen Teil daher, dass der Zufall kaum als ein eigenständiges Konzept wahrgenommen wird, sondern nur als Gegensatz zum Geregelter, Geordneten, also als ein Störenfried. Des Zufalls „blindes“ Wirken scheint sich schlecht damit zu vertragen, dass sich das unserem Verständnis zugängliche Geschehen in der Welt deterministisch vollzieht. So gilt als vorbildlich für die Wissenschaften, wie es Kepler verstand, das Zufällige in den Planetenbewegungen, wie man das am Himmel beobachtet, auf einfache Gesetzmäßigkeiten zurückzuführen und damit zu eliminieren. Dem fühlt sich auch die moderne Chaostheorie verpflichtet, und man hat sich noch nicht überall damit abgefunden, dass man manchmal – nicht nur in der Quantentheorie – ohne den Zufall nicht auskommt.

„Der Zufall ist zu etwas in der Lage, was man gewöhnlich nur deterministischen Handlungsvorschriften zutraut.“

Aber wie begründet sind solche Vorbehalte? Es erweist sich nämlich, dass der Zufall oft gar nicht als Störenfried in Erscheinung tritt, sondern vielmehr als Helfer wirkt, dem erstaunliche Dinge gelingen. Dem wollen wir in drei Beispielen nachgehen. Im ersten Beispiel zeigt sich, dass bestimmte Aufgabenstellungen besser gelöst werden können, wenn man den Zufall zu Hilfe nimmt. Es geht um das Auflösen von Warteschlangen beim Hin- und Herschicken von Paketen in komplexen Netzwerken, konkret gesprochen von Datenpaketen im Computer. Wie sich herausstellt, vermeidet man Warteschlangen am zuverlässigsten, wenn man die Routen für die Pakete in geeigneter Weise zufällig wählt. Hier ist der Zufall zu etwas in der Lage, was man gewöhnlich nur deterministischen Handlungsvorschriften zutraut. In der Informatik macht man sich diese Qualität des Zufalls inzwischen häufig zunutze und entwirft randomisierte Algorithmen für verschiedenste Zwecke.

„Kausales Denken geht ein Bündnis mit dem Zufall ein.“

Im zweiten Beispiel geht es um ein Problem aus der Statistik. Wie bei vielen anderen statistischen Problemen will man feststellen, ob sich in einem Datensatz ein ursächlicher Zusammenhang aufdecken lässt. Häufig ist das aber nicht direkt zu klären: Einerseits findet sich in den Daten Variabilität, andererseits bereitet es Schwierigkeiten, mögliche Wirkungszusammenhänge explizit zu benennen. Deswegen dreht man den Spieß um und befasst sich mit der Frage, ob die Daten rein

zufällig entstanden sein könnten. Das ist einfacher: Man konfrontiert die Daten mit hypothetischen, vom Zufall gesteuerten Modellen, auch wenn man sie faktisch gar nicht ernsthaft in Betracht zieht. Kann man glaubhaft machen, dass sich die Daten so nicht erklären lassen, so gilt dies als Beleg, dass eben doch ein Wirkungszusammenhang besteht. Hier geht kausales Denken ein Bündnis mit dem Zufall ein; die Statistik mit ihren Zufallsbetrachtungen wird zum methodischen Rüstzeug einer empirischen Wissenschaft, der es gar nicht um den Zufall geht. Das hat auch seine Tücken, dennoch ist die Entwicklung der Statistik eine moderne Erfolgsgeschichte.

Im letzten Beispiel schließlich deuten wir an, wie man in der Finanzmathematik dem Börsengeschehen und seinen Risiken mit Zufallsmodellen auf den Grund geht. Dabei geht es um Fragestellungen, die erst einmal gar nichts mit Zufall zu tun haben, auch entsprechen die Zufallsmodelle definitiv nicht der Wirklichkeit. Dennoch ist es hier so, dass diese „falschen“ Modelle (sogenannte „Martingalmaße“) das Verständnis entscheidend fördern. Das klingt paradox und ist nicht ganz leicht zu vermitteln. An diesen Modellen kommt man aber nicht mehr vorbei, will man die Risiken auf den Finanzmärkten in Schranken halten. Spezialisten aus der Mathematik wächst hier eine immer wichtigere Rolle zu.

Insgesamt ist festzustellen, dass die Wissenschaft den Zufall als eigenständiges Konzept verstehen und entwickeln muss. Diese Aufgabe ist Gegenstand der Stochastik („Kunst des Mutmaßens“), der mathematischen Lehre vom Zufall. In ihr geht es weniger darum, ob es den Zufall in der Welt wirklich gibt, vielmehr ist es ihre Aufgabe, den Begriff des Zufalls herauszuarbeiten.

Auflösen von Warteschlangen:

Besser mithilfe des Zufalls

Stellen wir uns vor, dass in einem Netzwerk Pakete hin- und hergeschickt werden. An verschiedenen Knotenpunkten treffen sie aufeinander, sie müssen dann eines nach dem anderen weitergeleitet werden (zum Beispiel nach der Regel FIFO: „first in first out“). Wie kann man verhindern, dass dabei lange Warteschlangen entstehen; Knoten, an denen der Informationsfluss zusammenbricht? Offenbar handelt es sich um eine Fragestellung aus der Welt der Rechner und des Internets.

Schauen wir auf ein Beispiel, ein Netzwerk von der Gestalt eines Würfels, wie in Abb. 1.

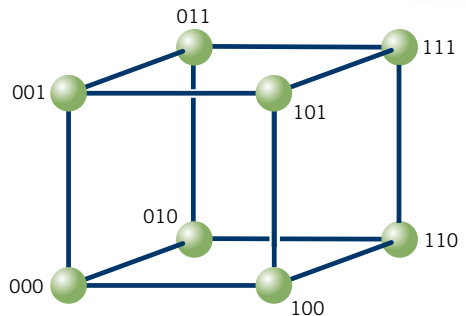


Abb. 1: Einfaches Modell eines Netzwerkes mit acht Knoten und dreistelligen digitalen Adressen.

Die Ecken des Würfels sind die Knotenpunkte. Sie heißen benachbart, wenn sie durch eine Kante verbunden sind. Die Kanten sind die Verbindungen, entlang derer die Pakete in beide Richtungen laufen können, pro Takteinheit aber immer nur jeweils eines. Zwischen zwei nicht benachbarten Ecken gibt es verschiedene Verbindungswege, die direkten bestehen aus höchstens drei Kanten. Stellen wir uns weiter vor, dass von jeder der acht Ecken ein Paket zu irgendeiner anderen

Ecke gesendet wird. Dabei entstehen dann Schlangen bis zur Länge acht. Dies ist ein kleines, noch nicht besonders interessantes Netzwerk.

Spannender sind große Netzwerke. Wir betrachten nun Netzwerke, bei denen jeder Knoten eine Adresse aus n Zahlen $x_1x_2\dots x_n$ besitzt, wobei jede dieser n Zahlen entweder den Wert 0 oder 1 annimmt. Damit hat man 2^n verschiedene Adressen. Der Fall $n = 3$ entspricht, wie man Abbildung 1 entnimmt, einem drei-dimensionalen Würfel. Der Abbildung entnimmt man auch, dass zwei Ecken genau dann benachbart sind, wenn sich ihre Adressen an genau einer Stelle unterscheiden. So wollen wir es auch allgemein im Fall $n \geq 3$ halten: Die Ecken $x_1x_2\dots x_n$ und $y_1y_2\dots y_n$ seien benachbart, sind also durch eine Kante verbunden, wenn sich beide Adressen an genau einer Stelle unterscheiden.

Dieses Netzwerk heißt n -dimensionaler Würfel. Er hat 2^n Ecken und $n2^{n-1}$ Kanten, und je zwei Ecken sind durch einen Weg höchstens der Länge n verbunden, denn ihre Adressen unterscheiden sich an höchstens n Stellen. Der 4-dimensionale Würfel ist in der Abbildung 2 dargestellt.

Deterministischer Algorithmus provoziert Staus

Wir betrachten nun also die folgende Aufgabe: Von jeder der 2^n Adressen soll ein Paket an eine andere Adresse geschickt werden, unter den oben genannten Bedingungen. Man nimmt der Übersichtlichkeit halber gerne an, dass auch die 2^n Zieladressen alle verschieden sind. Die Frage ist: Gibt es günstige

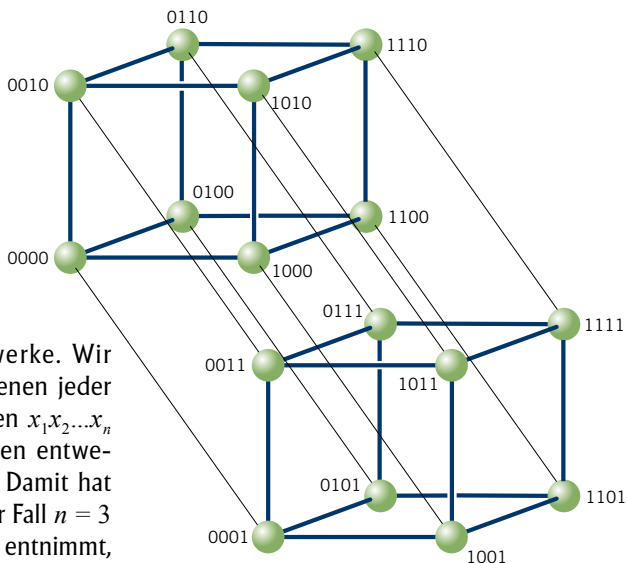


Abb. 2: Darstellung eines Netzwerkes mit 16 Knoten als vier-dimensionaler Würfel.

Regeln, bei denen keine langen Warteschlangen entstehen? Realistisch ist die Randbedingung, dass die Regel, nach der jedes einzelne Paket vom Start zum Ziel geschickt wird, unabhängig davon ist, was mit den anderen Paketen geschieht. Wir richten also, bildlich gesprochen, unser Augenmerk auf Scheuklappen-Algorithmen.

Dazu gibt es interessante mathematische Resultate. Betrachten wir erst einmal deterministische Scheuklappen-Algorithmen. Davon gibt es eine Vielzahl, nahe liegend ist etwa das folgende Verfahren: Soll ein Paket von $x_1x_2\dots x_n$ nach $z_1z_2\dots z_n$ geschickt werden, so suche man erst die kleinste Stelle i , an der sich x_i und z_i unterscheiden, und schicke das Paket zunächst an den benachbarten Knoten, dessen Adresse sich an genau dieser Stelle von der Startadresse unterscheidet. Er hat die Adresse $x_1\dots x_{i-1}z_ix_{i+1}\dots x_n = z_1\dots z_{i-1}z_ix_{i+1}\dots x_n$. Dann ersetze man die nächste unterschiedliche Stelle und so weiter, bis $z_1z_2\dots z_n$ erreicht ist. Verfährt man bei Warteschlangen noch nach der Regel FIFO, so hat man einen wohldefinierten Scheuklap-

pen-Algorithmus, nennen wir ihn sukzessives Ausrichten der Adressen (sAdA).

Nun stellt sich heraus: Wenn man die Zieladressen unglücklich wählt, entstehen beim sAdA lange Warteschlangen. Wie das im Einzelnen aussieht, damit wollen wir uns hier nicht auseinandersetzen, nur so viel sei gesagt: Bei ungünstiger Konstellation der Zieladressen braucht man mindestens $2^{n/2}/n$ Schritte, bis schließlich alle Pakete zugestellt sind. In sehr großen Netzwerken wird diese Zahl sehr groß, im Fall $n = 100$ größer als 10^{13} . Dabei hat man zwischen zwei beliebig ausgewählten Adressen einen Verbindungsweg, dessen Länge höchstens 100 ist!

Es stellt sich weiter heraus: Dieses entmutigende Resultat gilt für jeden deterministischen Scheuklappen-Algorithmus. Immer lassen sich Zieladressen angeben, so dass zumindest der Größenordnung nach die beschriebene ungünstige Situation besteht.

Mit zufällig gewählten Zwischenstopps schneller ans Ziel

Der Zufall macht es möglich, diesen schwer zu fassenden ungünstigen Konstellationen auszuweichen. Zum Beispiel auf die folgende Weise: Zu jeder Adresse wähle man, zusätzlich zu der Zieladresse, noch eine Zwischenadresse. Diese Zwischenadressen werden rein zufällig gewählt, unabhängig von Knoten zu Knoten. Dann verschicke man die Pakete durch sAdA, jedoch erst einmal an die Zwischenadressen! Sind diese erreicht, so verschicke man erneut die Pakete durch sAdA, nun an die Zieladressen. Es zeigt sich: Dieser randomisierte Scheuklappen-Algorithmus braucht, mit kleiner Ausnahmewahrscheinlichkeit, nur höchstens $6.2 \times n$ Schritte, bis alle Pakete zugestellt

sind. Genauer lässt sich die Ausnahmewahrscheinlichkeit abschätzen als

$$Ws(\text{mehr als } 6.2 \times n \text{ Schritte}) \leq 2^{-(n-1)}.$$

Im Fall $n = 100$ benötigt also der randomisierte Algorithmus höchstens 620 Schritte, abgesehen vom Ausnahmefall, der eine Wahrscheinlichkeit von weniger als 10^{-29} besitzt.

Dieses Resultat bedeutet: Auch wenn es schwer zu sagen ist, welche Zieladressen zu langen Wartezeiten führen, so ist ihre relative Häufigkeit gering. Man kann ihnen daher durch rein zufällige Wahl der Zieladressen ausweichen.

Kann das denn Zufall sein?

Ein Beispiel aus der Statistik

Die Statistik hat das Anliegen, kausale Zusammenhänge, deterministische Einflüsse, die in irgendwelchen Daten zum Ausdruck zu kommen scheinen, glaubhaft zu machen. Dabei ist es nicht ihr Weg, solche kausalen Beziehungen aufzuzeigen, sie möchte umgekehrt aufzeigen, dass der Zufall als Erklärungsmuster für die Daten nicht taugt.

Wir wollen diese Vorgehensweise der Statistik an einem Beispiel demonstrieren: Eine Botschaft ein und desselben Inhalts (es ging um den Vergleich des Erfolgs zweier Therapiemethoden (T1 und T2)) wurde in zwei unterschiedliche Darstellungsformen verpackt. In Form A wurde herausgestellt, wie groß jeweils der Prozentsatz der Patienten ist, bei denen Behandlung T1 erfolglos bzw. Behandlung T2 erfolgreich war, in Form B wurde der Akzent gerade umgekehrt gesetzt.

Von insgesamt 167 Ärzten, die an einer Sommerschule teilnahmen, wurden rein zufällig 80 ausgewählt, denen die Botschaft in der Form

A vermittelt wurde, die restlichen 87 bekamen die Botschaft in der Form B mitgeteilt. Jeder der Ärzte hatte sich daraufhin für die Bevorzugung einer der beiden Therapiemethoden zu entscheiden. Das Ergebnis war:

	für Methode T1:	für Methode T2:	Summe:
A:	40	40	80
B:	73	14	87
Summe:	113	54	167

Die Daten zeigen: In der A-Gruppe gibt es im Verhältnis weniger Befürworter der Therapiemethode T1 als in der B-Gruppe (nämlich 40:40 gegen 73:14). Daher könnte der Verdacht entstehen, dass die Art, in der die Botschaft mitgeteilt wurde, tendenziös war und die Ärzte sich dadurch in ihrem Urteil haben beeinflussen lassen. Ein Skeptiker könnte einwenden: „Ein derartiges Ergebnis kann auch ohne Beeinflussung zustande kommen, wenn der Zufall es will.“

Haben die Ärzte sich täuschen lassen? Oder war es ein Zufall?

Ob die Botschaft wirklich tendenziös war, ist nicht so einfach zu klären. Die Behauptung des Skeptikers lässt sich besser überprüfen und gegebenenfalls widerlegen. Dazu führen wir folgende Hypothese über den Zufall ein: Die Form der Botschaft habe keinen Einfluss auf die Meinungsbildung der 167 Ärzte gehabt; es wäre so, als ob die einen 80 die Botschaft auf rotem, die anderen 87 eine wörtlich gleichlautende Botschaft auf blauem Papier bekommen hätten. Wie wahrscheinlich ist es, dass eine so extreme Aufteilung in 113 Befürworter von T1 und nur 54 Befürworter von T2 zufällig zustande kommt?

Eine Veranschaulichung: Wenn aus einer Urne mit 80 roten und 87 blauen Kugeln

rein zufällig 113 Kugeln gezogen werden, wie wahrscheinlich ist dann ein so extremes Ergebnis wie das, nur 40 rote Kugeln zu ziehen? Wir wollen die Analyse hier nicht im Detail durchführen, auch wenn sie nicht sehr schwierig ist; (Stichworte sind Erwartungswert und Varianz der hypergeometrischen Verteilung). Das Resultat ist, dass in der Stichprobe im Mittel 54 rote Kugeln enthalten sind und dass eine Abweichung größer oder gleich 14 nur mit Wahrscheinlichkeit 6×10^{-6} eintritt, 6-mal in einer Million Fälle.

Der Zufall scheidet damit nach menschlichem Ermessen als Erklärungsgrund für die in den Daten sichtbare Tendenz aus. Die Versuchspersonen haben sich, wie es aussieht, beeinflussen lassen. Wir sehen, der Zufall dient in diesem Beispiel allein als Gedankenexperiment. Es hilft, ihn zurate zu ziehen, auch wenn in Wirklichkeit etwas ganz anderes geschehen ist. Von solch hypothetischer Bauart sind viele Überlegungen innerhalb der Statistik.

Der Zufall in der Finanzmathematik

Das genuine Thema der modernen Finanzmathematik sind Termingeschäfte und ihre Bewertung. Zufallsüberlegungen spielen dabei eine zentrale Rolle, jedoch in ganz anderer Weise, als man zunächst meinen könnte. Worum es geht, wird schon im einfachsten Fall deutlich.

Stellen wir uns vor, dass ein Terminkontrakt in einer zukünftigen Auszahlung besteht, entweder einer größeren Auszahlung $t^\uparrow$ oder einer kleineren $t^\downarrow$. Welche das sein wird, hängt von der Entwicklung eines Aktienkurses ab, für den wir auch zwei zukünftige Werte in Betracht ziehen, einen höheren $a^\uparrow$

und einen niedrigeren $a^{\downarrow}$. Was ist ein angemessener Preis P für einen solchen Kontrakt? Wie steht er zum aktuellen Kurs a der Aktie ($a^{\downarrow} < a < a^{\uparrow}$)?

Eine plausible Antwort lautet: Das kommt auf die Erwartungshaltung der Akteure an. Ist $w^{\uparrow}$ die Wahrscheinlichkeit, dass der Aktienkurs auf $a^{\uparrow}$ steigt – und damit $w^{\downarrow} = 1 - w^{\uparrow}$ diejenige, dass der Kurs auf $a^{\downarrow}$ sinkt, – so ist es natürlich, den Preis als das mit den Wahrscheinlichkeiten gewichtete Mittel von $t^{\uparrow}$ und $t^{\downarrow}$ anzusetzen, also als

$$P(w^{\uparrow}, w^{\downarrow}) = t^{\uparrow} w^{\uparrow} + t^{\downarrow} w^{\downarrow}.$$

Es erscheint nicht unvernünftig, dass der Preis von den Wahrscheinlichkeiten abhängt, die subjektiv gewählt sein können und widerspiegeln, ob man von einem im Mittel steigenden oder sinkenden Aktienkurs ausgeht, ob also $a^{\uparrow} w^{\uparrow} + a^{\downarrow} w^{\downarrow} > a$ oder $a^{\uparrow} w^{\uparrow} + a^{\downarrow} w^{\downarrow} < a$ gilt (Bulle oder Bär). Von geringem Interesse scheint dagegen das Geschehen am Aktienmarkt aus Sicht desjenigen zu sein, der $a^{\uparrow} w^{\uparrow} + a^{\downarrow} w^{\downarrow} = a$ annimmt, der es also als ein faires Glücksspiel ansieht. Wir werden sehen.

Was ist der korrekte Preis eines Termingeschäfts?

Diese Überlegungen führen nicht zum Ziel, wenn man nach dem korrekten Preis des Kontrakts fragt. Den gibt es nämlich, unabhängig von irgendwelchen Annahmen über Wahrscheinlichkeiten. Um ihn zu finden, betrachten wir ein Portfolio (x, y) , bestehend aus x Aktien und y auf einem Konto gelagerten Geldeinheiten (Euro). Sein zukünftiger Wert ist dann entweder $xa^{\uparrow} + y$ oder $xa^{\downarrow} + y$, je nachdem, wie sich der Aktienkurs entwickelt; (der Einfachheit halber sehen wir von einer Verzinsung des Geldes ab). Wählen wir insbesondere x und y solchermaßen, dass

das Gleichungssystem

$$xa^{\uparrow} + y = t^{\uparrow} \quad \text{und} \quad xa^{\downarrow} + y = t^{\downarrow}$$

erfüllt ist, so ist das Portfolio in Zukunft gerade so viel wert wie unser Terminkontrakt, man spricht von Duplikation. Offenbar darf dann auch aktuell keine Wertdifferenz bestehen, der heutige korrekte Preis des Terminkontrakts ist also

$$P_{\text{korrekt}} = xa + y$$

Diese Überlegung hat erst einmal, wie dies Black, Scholes und Merton als erste erkannten, gar nichts mit Zufall zu tun.

Und dennoch: Ein tiefer gehendes Verständnis erwächst nur, wenn man den Zufall doch wieder ins Spiel bringt. Setzt man nämlich obige Wahrscheinlichkeiten speziell als

$$w^{\uparrow} = (a - a^{\downarrow}) / (a^{\uparrow} - a^{\downarrow}) \quad \text{und}$$

$$w^{\downarrow} = 1 - w^{\uparrow} = (a^{\uparrow} - a) / (a^{\uparrow} - a^{\downarrow}),$$

so folgt, wie man durch Auflösen des Gleichungssystems nach x und y und Einsetzen in die Formel für P_{korrekt} ohne Weiteres nachrechnen kann,

$$P_{\text{korrekt}} = P(w^{\uparrow}, w^{\downarrow}) \quad \text{sowie} \quad a = a^{\uparrow} w^{\uparrow} + a^{\downarrow} w^{\downarrow}.$$

Der Aktienmarkt als faires Glücksspiel

Dieses ist nun eine Überraschung: Der korrekte Preis des Finanzkontrakts ist derselbe, der sich ergibt, wenn man den Aktienmarkt als faires Glücksspiel ansieht! Folgerichtig wird in der Finanzmathematik mit diesen hypothetischen Wahrscheinlichkeiten gerechnet, mögen sie nun die Wirklichkeit angemessen beschreiben oder nicht.

Diese Erkenntnisse haben die Finanzmathematik umgekrempelt und sie heute zu einem der wichtigsten und anspruchsvollsten Gebiete der Stochastik werden lassen. Es ist nicht nur so, dass das doch recht dürre Gleichungssystem mit Wahrscheinlichkei-

ten eine plastische Interpretation erfährt. Die Einsicht, dass Termingeschäfte korrekterweise (sicher nicht als faire Spiele betrachtet, aber) so analysiert werden können, als wären sie faire Spiele, ermöglicht den Einsatz ausgefeilter Techniken aus der Stochastik, wie sie die Martingaltheorie bereitstellt.

Finanzmathematiker werden heute in den Finanzinstituten allorten gebraucht, in einer Zahl, wie sie die Universitäten bisher kaum bereitstellen können. Darauf muss man sich einstellen – auch wenn man den Finanzmärkten mit all ihren Turbulenzen reserviert gegenübersteht.

Diese Beispiele belegen, dass der Zufall besser ist als sein Ruf. Stochastische Modelle schaffen in vielen Fällen eine solide Grundlage, die uns hilft, komplexe Zusammenhänge zu beurteilen oder Risiken schwer vorhersehbarer Entwicklungen einzuschätzen.

Literatur

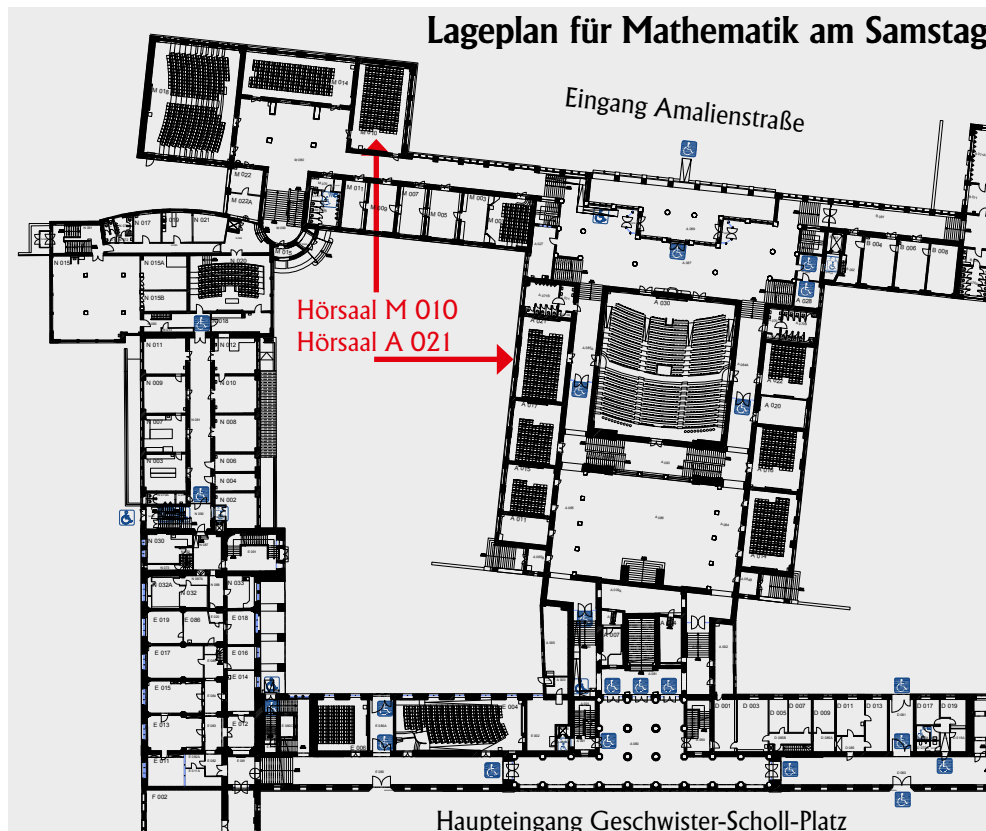
Götz Kersting und Anton Wakolbinger: *Elementare Stochastik*, Birkhäuser 2008.

Odo Marquard: *Apologie des Zufälligen*, Reclam 1986.

David Ruelle: *Zufall und Chaos*, Springer 1992.

Die Redaktion von „mathe-lmu.de“ bedankt sich bei Prof. Dr. Götz Kersting und bei „Forschung Frankfurt“ für die Erlaubnis, diesen Artikel erneut zu veröffentlichen.

Lageplan für Mathematik am Samstag



Wie könnten Sie Ihrer Karriere Flügel verleihen?

- ☐ Wenn Sie sich den großen Herausforderungen der Welt stellen
- ☐ Indem Sie dabei helfen, Satelliten ins All zu schicken
- ☐ In Brainstormings mit Ingenieuren, Mathematikern und Risikomanagern
- ☐ Mit neuen Ideen zur Eindämmung des Ozonlochs
- ☐ Durch alle der genannten Punkte



Unsere Stärke liegt im Wissen unserer interdisziplinären Teams. Wissen, mit dem wir komplexe Herausforderungen aus allen Bereichen der Wirtschaft und Gesellschaft meistern, von Großbauprojekten über den Klimawandel bis hin zur Raumfahrt. So entwickeln wir maßgeschneiderte Lösungen für Risiken, die die Menschheit heute und in Zukunft beschäftigen. Wenn Sie gemeinsam mit 10.500 Kollegen Projekte von globaler Tragweite bewegen wollen, freuen wir uns über Ihre Bewerbung.

Was wir im Rahmen unseres Traineeprogramms von Ihnen erwarten und welche Chancen wir Ihnen bieten, erfahren Sie unter munichre.com/karriere