



NR. 18 – JUNI 2008

# MATHE-LMU.DE

FÖRDERVEREIN MATHEMATIK IN WIRTSCHAFT, UNIVERSITÄT UND SCHULE AN DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN E.V.



**Jahr der Mathematik - Seiten 9 – 16**  
**Topologie und Kombinatorik des Fußballs - Seite 32**

BERECHNEN SIE MIT UNS DIE ZUKUNFT FÜR ANDERE...

Wir sind ein renommiertes Beratungsunternehmen mit über 140 Mitarbeitern im Bereich der **Betrieblichen Altersversorgung** mit Standorten in München, Stuttgart und Wiesbaden. Eingebunden in eines der weltweit größten internationalen HR-Beratungsunternehmen Hewitt Associates beraten wir unsere nationalen und internationalen Mandanten vom börsennotierten Unternehmen bis zum Mittelstand in allen Belangen der betrieblichen Altersversorgung, des Investment Consulting, der Pension Administration, bei Mergers & Acquisitions und im Bereich Human Resources.



[bodehewitt.de](http://bodehewitt.de)

## (WIRTSCHAFTS-)MATHEMATIKER (m/w) oder Absolvent (m/w) einer mathematisch ausgerich- teten Naturwissenschaft

Sie freuen sich darauf, nach entsprechender Einarbeitung als Consultant (m/w) im Bereich der betrieblichen Altersvorsorge, nationale und internationale Konzerne sowie mittelständische Unternehmen bei der Einführung, Umgestaltung und Durchführung ihrer betrieblichen Versorgungswerke zu beraten. Außerdem erstellen Sie versicherungsmathematische Gutachten zur Bewertung von Versorgungsverpflichtungen nach deutschen und internationalen Bilanzierungsgrundsätzen.

Wir erwarten ein abgeschlossenes Studium der (Wirtschafts-)Mathematik oder in einer mathematisch ausgerichteten Naturwissenschaft. Außerdem bringen Sie Interesse an wirtschaftlichen und juristischen Zusammenhängen mit. Sie sind eine aufgeweckte Persönlichkeit mit gesundem Menschenverstand, guten Kommunikationsfähigkeiten und Spaß an der Teamarbeit. In interdisziplinären Teams entwickeln Sie Ihre Kenntnisse und Fähigkeiten konsequent weiter. Gute Englischkenntnisse runden Ihr Profil ab.

Wir bieten Ihnen eine umfassende Einarbeitung in einem dynamischen Team, gute Weiterbildungsmöglichkeiten, z. B. zum/zur Aktuar/in sowie ein leistungsgerechtes Einkommen.

Wenn Sie Interesse an dieser anspruchsvollen Tätigkeit mit Perspektive haben, senden Sie bitte Ihre aussagekräftigen und vollständigen Bewerbungsunterlagen per Post oder E-Mail, unter Angabe Ihrer Gehaltsvorstellung und Ihres nächstmöglichen Eintrittstermins, an unsere zentrale Personalabteilung an die nebenstehende Adresse.

Für Fragen steht Ihnen Uta Kaußler unter der Telefonnummer 089 / 8 89 87-132 oder via E-Mail unter [karriere@bodehewitt.de](mailto:karriere@bodehewitt.de) gerne zur Verfügung.

**Bode**   
**Hewitt**

**BodeHewitt AG & Co. KG**  
Nördliche Münchner Str. 5-9c  
82031 Grünwald bei München  
[www.bodehewitt.de](http://www.bodehewitt.de)

*Liebe Leserinnen und Leser,*

Mathematik ist überall! Sie begegnet uns beim Betrachten einer Sonnenblume, beim Fußball (siehe auch Seite 32), bei Bankgeschäften und beim Autofahren, beim Telefonieren, im Kino ... Im Jahr der Mathematik 2008 wird uns diese Allgegenwart plastisch vor Augen geführt wie kürzlich mit einer Ausstellung im Münchner Hauptbahnhof (Titelbild) oder der vom Deutschen Museum und auch unserer Fakultät initiierten Aktion „Zahllose Abenteuer! Mit mathematischem Blick“, die Münchner Kinder einlädt, Mathematik zu entdecken z.B. in der Großmarkthalle, dem Olympiastadion oder dem Waldfriedhof ([www.mathe-in-muenchen.de](http://www.mathe-in-muenchen.de)). Auch die traditionellen Münchner Wissenschaftstage (18. bis 21. Oktober) stehen diesmal unter dem Motto „Lebendige Mathematik“, u.a. mit einem neu konzipierten Tag der Mathematik ([www.muenchner-wissenschaftstage.de](http://www.muenchner-wissenschaftstage.de)).

Wir widmen dieses Heft dem Jahr der Mathematik – mit mehr Farbe und mehr Seiten als sonst. Dass wir trotzdem Artikel kürzen bzw. aufs nächste Heft verschieben mussten, zeigt: Über Mathematik gibt es viel zu sagen – gerade im Jahr der Mathematik.

Wir kündigen in diesem Heft Wettbewerbe, Ausstellungen und Aktionen an. Lassen Sie sich von unserer Begeisterung für Mathematik anstecken!

*Heinrich Steinlein*

**Liebes Vereinsmitglied,**

sicherlich haben auch Sie schon an der einen oder anderen Veranstaltung zum „Jahr der Mathematik“ teilgenommen, das unter dem Motto „Mathematik – Alles, was zählt“ auf Initiative des Bundesministeriums für Bildung und Forschung und der Initiative Wissenschaft im Dialog stattfindet. Das zentrale Anliegen dieses Projekts kommt bereits im Trailer und den Plakaten überzeugend zum Ausdruck: Die moderne Welt steckt voller Mathematik, und diese faszinierende Wissenschaft hilft uns, die Welt besser zu verstehen. Als eindrucksvolles Beispiel hierfür beleuchtete Professor Franz Merkl in seinem Vortrag zu Beginn der diesjährigen Mitgliederversammlung vom 29. Mai die Rolle der Mathematik bei der Interpretation der Röntgenbeugungsmuster zur Entschlüsselung der Doppelhelixstruktur der DNS. Im weiteren Verlauf dieser Veranstaltung kamen auch die umfangreichen Aktivitäten von Vereinsmitgliedern zur Sprache, wie etwa der „Tag der Offenen Tür“, die Reihe „Mathematik am Samstag“, der „Tag der Mathematik“ und das Probestudium „LMU-Mathe-Sommer“. Wir informieren Sie in dieser Ausgabe über die speziellen Veranstaltungen des Mathematischen Instituts zum „Jahr der Mathematik“ und würden uns sehr freuen, Sie bei der einen oder anderen Veranstaltung begrüßen zu können.

*Ihr Erwin Schörner*

Impressum **mathe-lmu.de**  
Herausgeber Förderverein Mathematik  
in Wirtschaft, Universität und Schule an der  
Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.,  
Mathematisches Institut, Universität München,  
Theresienstr. 39, 80333 München  
[fmwus@mathematik.uni-muenchen.de](mailto:fmwus@mathematik.uni-muenchen.de)  
Konto: 1267532, Bankleitzahl 700 500 00,  
Bayerische Landesbank  
Heinrich Steinlein, Mathematisches Institut,  
Universität München, Theresienstr. 39  
80333 München, Tel. 2180-4448  
[steinl@mathematik.uni-muenchen.de](mailto:steinl@mathematik.uni-muenchen.de)

Redaktion Bernhard Emmer, Daniel Rost, Ingrid Schehrer,  
Erwin Schörner, Katharina Schüller,  
Heinrich Steinlein  
Auflage 5500  
Layout Gerhard Koehler, München  
[kws@kws-koehler.de](mailto:kws@kws-koehler.de)  
Druck Siller Offsetdruck, Künzelsau

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichten. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

# Berichte aus dem Mathematischen Institut

**Studiengänge** Für den Bachelorstudiengang in Mathematik, der im vergangenen Wintersemester gestartet ist, stehen bisher offiziell die folgenden Nebenfächer zur Auswahl: Informatik, Statistik. Nebenfachsatzen für Experimentalphysik, Theoretische Physik, Volkswirtschaftslehre, Betriebswirtschaftslehre und Versicherungswirtschaft – Risk and Insurance werden derzeit vorbereitet. Gegebenenfalls wird eine nachträgliche Umschreibung auf das gewünschte Nebenfach möglich sein.

Den Plan eines Bachelorstudiengangs Wirtschaftsmathematik musste das Institut aufgrund der derzeitigen Personallücken im Bereich Wirtschaftsmathematik vorläufig zurückstellen.

Das Mathematische Institut bereitet einen Modellversuch für einen Bachelorstudiengang im Lehramt vor. Nach dem derzeitigen Stand kann man damit rechnen, dass dieser Studiengang schon zum kommenden Wintersemester wird angeboten werden können.

**Studiendekan** Nach vielen Jahren im Amt als Studiendekan unserer Fakultät bat Herr Prof. Dr. Hans-Jürgen Schneider um seine Ablösung. Zum neuen Studiendekan wurde vom Fakultätsrat Herr Prof. Dr. Hans-Dieter Donder gewählt.

**Personalien** Zum Ende dieses Semesters werden Herr Prof. Dr. Günther Kraus, Herr Prof. Dr. Walter Richert und Herr Prof. Dr. Helmut Pruscha in den Ruhestand treten.

Als Nachfolger von Herrn Privatdozent Dr. Eugen Schäfer trat Herr Dr. Peter Philip eine Stelle als Akademischer Rat im Bereich Angewandte Mathematik und Numerik an.

Die für den Elitemasterstudiengang „Theoretische und Mathematische Physik“ an unse-

rem Institut geschaffenen Stellen wurden mit Prof. Dr. Urs Frauenfelder (W1-Juniorprofessur) und Prof. Dr. Peter Müller (W2-Professur) besetzt.

Frau Prof. Dr. Francesca Biagini erhielt einen Ruf an die Universität Hannover, Herr Prof. Dr. Laszlo Erdős einen Ruf an die Universität Bonn.

**Stellenbesetzungen** Wie schon in der letzten Ausgabe berichtet blockiert derzeit die Universität alle Wiederbesetzungen von Professorenstellen, bis in einem „Priorisierungs“-Verfahren Strategien für eine Neuausrichtung der Stellen im Sinne einer optimalen Positionierung der Universität in eventuellen zukünftigen Elitewettbewerben festgelegt sind. An unserer Fakultät ist nur das Mathematische Institut davon betroffen und zwar massiv. Besonders gravierend ist die Verzögerung der Wiederbesetzung der W3-Stelle in Finanzmathematik, denn dies hat erhebliche Einschränkungen in der Ausbildung im Diplomstudiengang „Wirtschaftsmathematik“ zur Folge.

**Leitung des Mathematischen Instituts** Der Vorstand des Mathematischen Instituts beschloss ein neues Leitungsmodell für unser Department. Zukünftig wird der Vorstand nur mehr aus drei Professoren (zwei Ordinarien und ein Extraordinarius), einem Vertreter der wissenschaftlichen Mitarbeiter und der Frauenbeauftragten bestehen.

**Studentenwettbewerb** Wie im Vorjahr nahmen Studenten unseres Instituts an der Vojtěch Jarník Mathematical Competition in Ostrava teil, und zwar mit ausgezeichneten Platzierungen. Hervorzuheben ist insbesondere der erste Platz von Darij Grinberg,

Neu am Institut

## Prof. Peter Müller

erreicht mit der maximal möglichen Punktzahl.

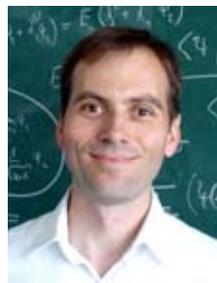
**Masterstudiengang TMP** Der Elitemasterstudiengang „Theoretische und Mathematische Physik“ startete im vergangenen Wintersemester mit 7 Anfängern. Vorläufig kommen noch weitaus die meisten Studierenden aus dem Ausland, da es von deutschen Universitäten bisher kaum Studierende mit einem Bachelorabschluss in Mathematik oder Physik gibt. Für diese Aufnahmevoraussetzung gibt es allerdings eine Übergangsregelung, die vorläufig auch Studierenden mit Vordiplom eine Aufnahme ermöglicht ([www.theorie.physik.uni-muenchen.de/TMP/diplomwechsler.html](http://www.theorie.physik.uni-muenchen.de/TMP/diplomwechsler.html)).

**Mathematik am Samstag** Die drei Vorträge von Mathematik am Samstag waren in diesem Frühjahr erfreulicherweise mit durchschnittlich 90 Zuhörern noch weit besser als in den Vorjahren besucht.

**Jahr der Mathematik** Das Jahr der Mathematik 2008 begann an unserem Institut am 1. Februar mit einem hervorragend besuchten Auftaktvortrag von Prof. Dr. Rudolf Taschner (Universität Wien) zum Thema „Zeit, Zahl, Zufall. Alles Erfindung?“ Über die weiteren Aktivitäten und Veranstaltungen berichten wir auf den Seiten 9 ff.

**Tag der Fakultät** Beim diesjährigen Tag der Fakultät am Freitag, 18. Juli 2008 werden die goldenen Promotionen von Prof. Dr. Hans Günzler (Universität Kiel) und Herrn Dr. Christoph Witzgall gefeiert werden. Hauptpersonen werden auch wieder alle Absolventen des vergangenen Studienjahres sein.

Im September 2008 tritt Peter Müller, geboren 1967 in Nürnberg, eine Professur für Angewandte Mathematik am Lehrstuhl für Analysis der LMU an.



Er studierte Physik an der Universität Erlangen-Nürnberg und am Imperial College in London. Nach Diplom (1991) und Promotion (1996) in Theoretischer Physik bei Prof. H. Leschke in Erlangen ging er 1997 als Assistent zu Frau Prof. A. Zippelius nach Göttingen. In Göttingen erfolgten im Jahr 2002 die Habilitation in Physik und im Jahr 2006 – nach Aufenthalt an den Mathematik-Instituten in Bochum, Irvine (Kalifornien) und Bielefeld – die Habilitation in Mathematik.

Die Forschungsschwerpunkte von Peter Müller liegen an der Schnittstelle von Analysis, Stochastik und Mathematischer Physik. Im Zentrum stehen physikalisch motivierte Fragestellungen aus der Spektraltheorie zufälliger, selbstadjungierter Operatoren. Einen Schwerpunkt bilden Untersuchungen der Spektraleigenschaften zufälliger Schrödinger-Operatoren. Der andere momentane Schwerpunkt ist der spektralen Graphentheorie zuzuordnen, insbesondere der von Zufallsgraphen.

Ein Anliegen von Peter Müller ist es, die Zusammenarbeit zwischen Analysis und Stochastik, und darüber hinaus zwischen Mathematik und Physik zu verstärken. Er wirkt auch am Elitestudiengang „Theoretische und Mathematische Physik“ (TMP) mit. Seine Freude an der Forschung zwischen verschiedenen Fachrichtungen möchte er an die Studierenden weitergeben. Im kommenden Wintersemester hält er die Vorlesung Funktionalanalysis.

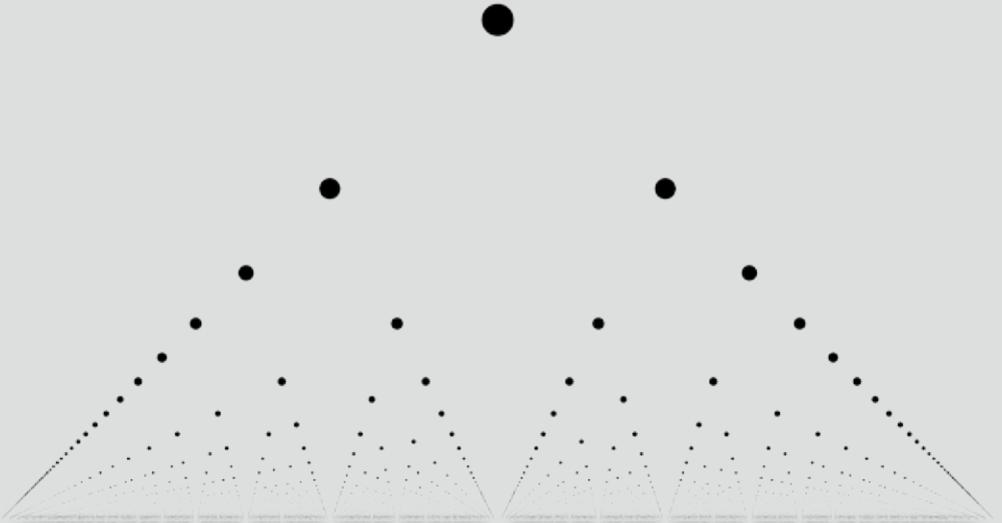
# Probekstudium Mathematik – LMU-Mathe- Sommer 2008

8. bis 12. September 2008

## An die Grenze gehen ...

Limes und Unendlichkeit

Leiter: Prof. Dr. Franz Merkl, Andreas Fackler



Der LMU-Mathe-Sommer bietet Ihnen einen Einblick ins Studium mit seinen typischen Veranstaltungen, sowie die Gelegenheit, ein spannendes Gebiet der Mathematik näher kennen zu lernen und in kleinen Gruppen interessante Problemstellungen selbstständig zu lösen. Die Teilnahme wird Ihnen den Einstieg ins Mathematik-Studium und in verwandte Studiengänge erleichtern.



### Wie läuft der LMU-Mathe-Sommer ab?

Vormittags wird täglich eine Vorlesung stattfinden. Am Nachmittag gibt es Übungsgruppen, Exkursionen in Museen und Ausstellungen – unter anderem passenderweise eine Sonderausstellung über den Limes in der Archäologischen Staatssammlung –, Präsentationen interessanter Berufsbilder durch Mathematiker aus der Praxis, sowie zum Ausklang eine Abschlussfeier.



### Welche Vorkenntnisse sind nötig?

Vorausgesetzt werden die Lerninhalte der Jahrgangsstufe 10 in Mathematik.

Sollten Sie die 10. Jahrgangsstufe noch nicht abgeschlossen haben, setzen Sie sich bitte mit uns in Verbindung.

### Was kostet die Teilnahme?

Eine Teilnahmegebühr wird nicht erhoben, die Arbeitsmaterialien für die Übungen werden gestellt. Die mittägliche Verpflegung in der Mensa (freiwillig) kostet ca. € 3,- pro Tag. Anreise- und Übernachtungskosten müssen Sie leider selbst tragen. Wir informieren Sie aber gerne über günstige Übernachtungsmöglichkeiten.



Weitere Informationen finden Sie hier:  
 Mathematisches Institut, LMU München  
 Kontaktbüro Probestudium  
 Theresienstraße 39 · 80333 München  
 Telefon: 089 2180 4427  
 E-Mail: [probestudium@math.lmu.de](mailto:probestudium@math.lmu.de)  
 www: <http://www.lmu-mathe-sommer.de>

# Macht Mathematik wirklich unsterblich?

Was machen 17 Schüler und 3 Studenten in den Weihnachtsferien nachts im Café Gumbel? Um diese Frage des Hausmeisters zu beantworten, kommt hier unser kleiner Bericht über die Winterschule Mathematik 2008: Diese fand vom 2. bis zum 5. Januar 2008 nunmehr schon zum zweiten Mal am Mathematischen Institut statt, wobei diesmal auch der Schülerverein QED (<http://www.qed-verein.de>) als Mitveranstalter auftrat. Bei der dreitägigen für interessierte Schüler gedachten Vortragsreihe trugen Simon Lentner und Christian Reiher über verschiedenste Themen der Zahlentheorie vor. Unter anderem ging es um eine Einführung in algebraische Zahlkörper, den Dirichlet'schen Einheitsatz, die Pell'sche Gleichung, das Quadratische Reziprozitätsgesetz und den auf Selberg zurückgehenden elementaren Beweis des Primzahlsatzes. Zwischen den Vorträgen gab es immer wieder Phasen, in denen die Schüler selbst an themenbezogenen Aufgaben knobeln konnten. Um das leibliche Wohl und die Unterbringung der Teilnehmer kümmerten sich Wolfgang Lentner und Katharina Jochemko. So wurde für die ganze Kompanie im Café Gumbel gekocht. Abends wurde Mafia gespielt, und so mancher bekam eine Einführung in das bayrische Brauchtum (Schafkopfn und Weißwurschtzuzln). Besonders beeindruckt zeigten sich die Schüler von dem Anfang des Jahrhunderts aufgekommenen Gerücht, dass der erste Mathematiker, der den Primzahlsatz auf elementarem Wege zeigen werde, dadurch physische Unsterblichkeit erlange. Der Umstand, dass Selberg bald 100 Jahre alt sein müsste und niemand von uns

von seinem Ableben wusste, gab im Nachhinein noch zu vielen Recherchen Anlass. Abschließend möchten wir uns noch bei allen, die zum guten Gelingen der Winterschule beigetragen haben, herzlich bedanken. Unser besonderer Dank gilt dem Mathematischen Institut und seinem Förderverein für die großzügige finanzielle Unterstützung und insbesondere Herrn Professor Schottenloher für die wohlwollende organisatorische Unterstützung.

*Katharina Jochemko, Christian Reiher*



# Das Jahr der Mathematik 2008 an der LMU

## Preis Ausschreiben

Um die Akzeptanz der Mathematik zu erhöhen, ist es sinnvoll, vor allem die Schüler aller Jahrgangsstufen anzusprechen und außerdem die Lehrer für dieses Ziel zu gewinnen. Wir bieten daher ein Preis Ausschreiben an, um auf eine Reihe von Aktivitäten und Angeboten im Großraum München hinzuweisen. Die zwei Preisfragen lauten:



1. Wie viele Fußbälle passen in die Arena?
2. Der Trainer der deutschen Nationalmannschaft verfügt bei der Europameisterschaft über einen Kader von 23 Spielern. Wie viele verschiedene Mannschaften kann er zum ersten Spiel aufstellen?

Beide Aufgaben müssen präzisiert werden. Zur 1. Aufgabe: Mit Arena ist natürlich die Allianz-Arena in Fröttmaning gemeint. Man denke sich die Arena angefüllt mit voll aufgepumpten Fußbällen, die auf dem Spielfeld gestapelt sind wie auch oberhalb der Tribünenplätze bis zum Dach. Dabei sollen die Bälle – anders als in der Abbildung – nicht aus der Arena herausragen, sie bleiben unterhalb einer gedachten Ebene, die auf der Arena aufliegt und das Dach schließt. Die Abbildung stellt lediglich dar, wie die Bälle eingefüllt werden.

Niemand wird die genaue Zahl finden. Als richtig wird jede Zahl gewertet, die eine ordentliche Schätzung der tatsächlichen Anzahl ist.

Zur 2. Aufgabe: Es wird vorausgesetzt, dass alle Spieler gesund und voll einsatzfähig sind, und dass unter den Spielern drei Torwarte sind, die nicht als Feldspieler eingesetzt werden. Ebenso werden die 20 Feldspieler nicht als Torwart aufgestellt. Ferner wird angenommen, dass alle Feldspieler gleichwertig einsetzbar sind, es wird also nicht zwischen Stürmern, Mittelfeldspielern und Abwehrspielern unterschieden, und es gibt keine gesetzten Spieler. Das ist zwar nicht realistisch, denn einige Spieler sind mit Sicherheit gesetzt, und eine Mannschaft ohne jeden Verteidiger wird es auch nicht geben. Aber die Aufgabe, in der noch zwischen diesen Spielertypen differenziert wird, die die Spielstärken berücksichtigt und bei der womöglich nur bestimmte Systeme (z.B. 4-4-2) zur Diskussion stehen, ist zu kompliziert in der Formulierung.

Teilnehmen können alle Schüler im Großraum München (inkl. K13). Sie werden dieser Tage über die Schulen informiert und müssen, wenn Sie teilnehmen wollen, ihre Lösungen bis 15. 8. 2008 auf der Website [www.mathegrips.de](http://www.mathegrips.de) eingetragen haben. Die Preisverleihung, bei der die Hauptpreise vergeben werden, wird voraussichtlich am 25.9. im Rahmen des Festaktes zur Eröffnung der Ausstellung „Imaginary“ in der Universität stattfinden.

Zu gewinnen gibt es eine Reise für zwei zum Mathematikum (Museum für Mathematik) in Gießen, Laptops, ipods, ein Handy, Freikarten für Heimspiele des FC Bayern, für die Erdinger Therme, für Führungen in der Arena und weitere 300 Preise wie Fußbälle, Bücher, Kinokarten etc. Im Übrigen gehört auch der Förderverein FMWUS zu den Sponsoren des Preis Ausschreibens.

*Martin Schottenloher*

## Projekt MAI – MATHEMATIK INNOVATIV

Eine Initiative des Mathematischen Instituts der LMU, der TUM und  
der Universität der Bundeswehr in Neubiberg  
zum Jahr der Mathematik 2008

*„Die Arznei macht kranke  
die Mathematik traurige und  
die Theologie sündhafte Menschen“*

*(Martin Luther)*

In der Tat, für viele Menschen erzeugt Mathematik die Erinnerung an unliebsame Erfahrungen. Und Egmont Colerus hat recht, wenn er sagt: „Nur selten treffen mathematisches Können und leicht fassliche Darstellung zusammen!“

Im Jahr der Mathematik erleben wir zahlreiche Aktivitäten und Initiativen, um die Bedeutung, aber ebenso die Schönheit der Mathematik darzustellen: Vorträge, Wettbewerbe, Ausstellungen, fachübergreifende Veranstaltungen.

Ein Thema – so scheint es mir – kommt dabei zu kurz: kleine und größere gelingende Unterrichtseinheiten innerhalb und außerhalb des Klassen- und Schulunterrichts, welche in besonderer Weise interessante und auch schwierigere mathematische Themen motivierend und stimulierend darstellen.

Jede begeisterte Lehrkraft für Mathematik wird immer wieder mit mehr oder weniger Erfolg solche Unterrichtsprojekte anpacken, aus persönlichem Interesse heraus und aus der Überzeugung, jungen Menschen die Faszination von Zahlen und mathematischen Strukturen näher zu bringen.

Und genau eine solche Zielsetzung hat das Projekt MAI – Mathematikunterricht Innovativ.

Hier sollen Unterrichtsprojekte vorgestellt und prämiert werden, die in einfacher und doch lebendiger und überzeugender Weise mathematische Themen, Fragestellungen und Probleme fachbezogen oder fachübergreifend darstellen.

Solche Projekte sollen lehrplanbezogen, und in nicht überdimensionierter Weise allen Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit geben, sich „mathematisch“ einzubringen. Dies können Leistungen von Klassen, Arbeitsgemeinschaften oder Gruppen sein. Folgende Beispiele sollen Impulse sein für vielfältige Aktivitäten.

1. Optische Täuschungen bei geometrischen Darstellungen.
2. Was haben Kaninchen und Sonnenblumen gemeinsam? (Es sind dies die Fibonacci-Zahlen, auch im Zusammenhang mit dem Goldenen Schnitt.)
3. Der Goldene Schnitt (als fachübergreifendes Projekt).
4. Chaos-Theorie: die Wachstumsformel und die Faszination der Julia-Mengen.
5. Unterhaltsame Mathematik: Gestaltung einer Zahlennacht (in Anlehnung an die an Schulen verbreitete Lesenacht: Beispiel – der Zahlenteufel von Enzensberger).
6. Gestaltung eines Projekttages zum Thema: Unendlichkeit.
7. Projekttag in Zusammenarbeit mit einem mathematisch-wissenschaftlichen Institut zur Bearbeitung mathematischer Fragestellungen um reale aktuelle Probleme.

Beispiele hierfür könnten sein:

- Geschwindigkeit und Verkehrsfluss
- Satellitensteuerung

Diese Beispiele zeigen, dass der Phantasie und den Möglichkeiten keine Grenzen gesetzt sind: Aber wichtig ist, dass die Projekte schulisch machbar sind: von der 5. Klasse Hauptschule bis zur Oberstufe des Gymnasiums. Für die Hauptschule sind vor allem praxisnahe Themenstellungen eine sinnvolle Fundgrube.

Die Durchführung sollte an folgenden Zielen orientiert werden:

1. Beschreibung des Unterrichtsprojektes und der Zielsetzung
2. Umsetzung und Durchführung des Projektes
3. Präsentation der gefertigten Leistungen
4. Dokumentation des Projektes

Prämiert werden die 10 innovativsten Arbeiten und Leistungen, wobei selbstverständlich die alters- und schulartspezifischen Möglichkeiten berücksichtigt werden.

Das Projekt MAI wird gemeinsam vom Mathematischen Institut der LMU, der TUM sowie der Universität der Bundeswehr in Neubiberg durchgeführt. Von diesen Institutionen wird auch die Jury gestellt.

Zeitplanung:

- Anschreiben an alle Schulen Anfang Juli 2008
- Bewerbung der Schulen bis Ende Oktober 2008
- Einreichung der fertigen Dokumentation April 2009

Weitere Angaben unter: <http://www.landkreis-muenchen.de>



Landratsamt  
München

Verantwortlich für die Organisation und Durchführung:

Heinz Durner, Beauftragter für weiterführende Schulen und Wissenschaft Landkreis München

## CMP – Call-a-MatheProf

**Mathematische Vorträge auf Abruf** In der Schule erfährt man nur wenig über das akademische Leben, geschweige denn über die Inhalte, die dort gelehrt, diskutiert oder behandelt werden. Um das im Zusammenhang mit der Mathematik zu ändern, können Schüler und Lehrer sich Vorträge über interessante mathematische Themen in ihre Schule holen. Ein solches Angebot besteht bereits seit einiger Zeit, scheint aber nicht sehr bekannt zu sein. Der jeweilige Vortrag kann an der Uni oder auch an der Schule stattfinden.

Die Zielsetzungen des Projekts mit dem Titel „Call-a-MatheProf“ bestehen darin, den Schülerinnen und Schülern deutlich zu machen,

- dass die Mathematik nicht nur Spaß machen, sondern sogar zu weiterem Nachdenken anregen kann,
- dass die Mathematik in nahezu allen Bereichen des modernen Lebens vorkommt,
- dass die Mathematik viele interessante Berufschancen in völlig verschiedenen Wirtschaftszweigen, in Forschungsinstituten und Verwaltungsbereichen eröffnet, und
- dass die Mathematik für viele moderne Berufe und deren vorbereitende Studiengänge eine wesentliche Grundlage ist. Das gilt für die Ingenieurwissenschaften und die Naturwissenschaften im gleichen Maße wie für Wirtschaftswissenschaften sowie für Psychologie und Soziologie.

Die angebotene Themenpalette reicht von der Wahrscheinlichkeitsrechnung über die Geometrie und Kryptographie bis hin zu Fragen aus der Spieltheorie oder Betrachtungen über das unendlich Kleine und das unendlich Große.

Die Dozenten werden trotz der manchmal

recht schwierigen Materie darauf achten, dass die Schüler nicht völlig überfordert sind. Allerdings muss man auch damit rechnen, dass nicht alles sofort verstanden werden kann. Die Schülerinnen und Schüler sollen so auf neue Fragestellungen verwiesen und zum Nachdenken angeregt werden.

**Wo sind die Themen zu finden?** Auf der Internetseite [www.mathematik.uni-muenchen.de/~didaktik/vortrag.php](http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~didaktik/vortrag.php) findet sich eine Liste der Themen und Dozenten, die in den nächsten Wochen noch erweitert werden wird. Die dort genannten Professoren sind erfahrene Hochschuldozenten, die es verstehen, durch die Lebendigkeit des Vortrags die Zuhörer für die manchmal recht schwierige Materie zu begeistern.

**CMP – Vorträge außerhalb des Elfenbeinturms** Die Dozenten des Mathematischen Instituts stellen damit auch unter Beweis, dass sie es sich nicht im oft zitierten Elfenbeinturm bequem machen möchten, sondern im Gegenteil im Austausch mit Heranwachsenden deren Fragen kennen lernen wollen, so dass am Ende alle etwas davon haben: Dozenten, Lehrer und insbesondere natürlich die Schülerinnen und Schüler. *Klaus Linde*

**Vorträge an der Münchner VHS** Durch die Zusammenarbeit mit der Volkshochschule soll ein anderer Bereich der Öffentlichkeit angesprochen werden, indem ausgewählte Einzelvorträge über aktuelle Themen der Mathematik an der Volkshochschule angeboten werden. Diese Angebote wird es nicht nur in dem Jahr der Mathematik geben, in dem sie zum ersten Mal stattfinden, die Zusammenarbeit des Mathematischen Instituts mit der Volkshochschule soll in den kommenden Jahren fortgesetzt werden.

*Martin Schottenloher*

## Jüdische Mathematiker in der deutschsprachigen akademischen Kultur

Ausstellung 20.11.2008 – 30.01.2009  
im Deutschen Museum

Diese Ausstellung ist eine umfassende Dokumentation über die Tätigkeit jüdischer Mathematiker im Kaiserreich und in der Weimarer Republik anhand von Handschriften, mathematischen Werken und persönlichen Exponaten sowie mittels historischer Dokumente zur politischen Situation. Sie stellt die rechtliche und politische Gleichstellung jüdischer Bürger im 19. Jahrhundert dar wie auch die Verfolgung und Vertreibung im nationalsozialistischen Deutschland. Sie zeigt, wie im deutschen Kaiserreich und in der Weimarer Republik jüdische Mathematiker in allen Bereichen der mathematischen Kultur zunehmend eine tragende Rolle spielten, und sie erinnert an Emigration, Flucht und Ermordung nach 1933.

Auch Mathematiker der Münchner Universität waren betroffen, unter anderen Alfred Pringsheim und Fritz Hartogs. Alfred Pringsheim (1850 – 1941) lehrte ab 1877 an der LMU bis zu seiner Emeritierung 1922. Das Arbeitsgebiet von Pringsheim war die Funktionentheorie. Er gab erste Anstöße zu einer Funktionentheorie in mehreren Veränderungen, die insbesondere von seinem Schüler Hartogs aufgenommen wurden. Pringsheim ist als bedeutender Kunstmäzen und als Schwiegervater von Thomas Mann bekannt. Er konnte 1939 in die Schweiz emigrieren. Eine Kurzbiographie von Alfred Pringsheim findet sich in Nr. 3 von ‚math-lmu.de‘ (2001). Fritz Hartogs (1874 – 1943) promovierte 1903 bei Pringsheim. Er legte die Fundamente der Funktionentheorie in mehreren Veränderungen. Seit 1910 war er Professor an der LMU, bis er im Jahre 1935 entlassen wurde,



weil er Jude war. Er nahm sich 1943 unter den zunehmend demütigenden Zwangsmaßnahmen das Leben. Eine Biographie wurde in der Nr. 9 dieser Zeitschrift ‚math-lmu.de‘ im Jahre 2004 veröffentlicht.

In den Jahrzehnten vor ihrer Vertreibung waren die deutschen Mathematiker jüdischer Herkunft ebenso wie jüdische Mathematiker der vorhergehenden Generationen ein bedeutender Teil der Welt der Mathematik geworden und haben zu dem internationalen Ansehen der Mathematik aus Deutschland wesentlich beigetragen. Diese Ausstellung möchte zeigen, in welcher beeindruckenden fachlichen wie professionellen Breite jüdische Mathematiker seit dem 19. Jahrhundert und bis zu ihrer Vertreibung ab 1933 die mathematische Kultur in den deutschen Staaten mittrugen. Diesem Ziel entsprechend liegt der Akzent der Ausstellung nicht auf den Vertreibungen und Verfolgungen selbst, die in vielen Aspekten recht gut erforscht sind und bereits während des Internationalen Mathematiker-Kongresses im Jahr 1998 in Berlin Gegenstand einer Ausstellung waren.

Weitere Informationen zu den Inhalten findet man auf der Homepage <http://www.juedische-mathematiker.de/>, aus der auch Teile dieser Darstellung entnommen wurden.

Um ein größeres Publikum zu erreichen, wird die Ausstellung nicht in der LMU, sondern im Deutschen Museum stattfinden.

*Martin Schottenloher*

## MML – Das Mobile MatheLabor

Kinder lassen sich durchaus für Mathematik begeistern. Selbst für Erwachsene eher abgelegene erscheinende Themen wie kombinatorische Fragestellungen werden von Kindern begierig aufgegriffen, genauer untersucht und mit Freude berechnet.

Allerdings weicht dieses (fast könnte man sagen: angeborene) Begeisterungsvermögen für Mathematik bei vielen Kindern im kritischen Alter zwischen etwa 13 und 15 Jahren oft einer völligen Ablehnung. Mathematik wird dann plötzlich als „Horrorfach“ aufgefasst. Die Schüler unterliegen dem Gefühl, aus Mangel an inzwischen verpassten Grundlagen nie mehr den ehemals empfundenen Spaß an der Mathematik erleben zu können. Es gilt als geradezu skurril, wenn Mitschüler noch Interesse an Mathe bekunden.

Natürlich kann man diese Tatsache als eine typische Erscheinung der Pubertät abtun, denn fast alles, was mit Schule zu tun hat, steht in diesem Altersabschnitt nicht hoch im Kurs. Während sich die entwicklungsbedingte Ablehnung aber bei anderen Fächern wieder ändert, bleibt Mathematik ein mit Langeweile und Versagensängsten besetztes Fach, was sich bei vielen Schülern auf den Rest ihrer Biographie auswirkt.

**MML – Das Mobile Mathematiklabor** Um diesem gerade dargestellten Trend etwas entgegenzustellen, hat das Kernteam ein ehrgeiziges Projekt ins Leben gerufen, das den Titel „Mobiles MatheLabor“ (kurz: MML) trägt. Im Zentrum stehen dabei folgende Ziele:

Es soll der Spaß an mathematischen Inhalten vermittelt werden.

Lehrer sollen entlastet und zu weiteren Ideen angeregt werden.

Die Eigenaktivität der Schüler soll gefördert werden.

Neue, im Unterricht noch nicht behandelte Themen sollen vorgestellt bzw. vorbereitet werden.

Das MML besteht aus einer Reihe von unterschiedlichen mathematischen Themen (Unterrichtseinheiten), die jeweils ausführlich aufbereitet sind, und aus dem dazu sorgfältig präparierten Material. Jede dieser Einheiten (Sets) aus Anleitungen zum Thema und zugehörigem Material entspricht der Anleitung zur Durchführung eines gemeinsamen Experiments mit Versuchsanordnung und Gerät in einem Labor. Die Schülerinnen und Schüler sollen in Gruppen- oder Einzelarbeit Aufgaben lösen, Fragestellungen entwickeln, evtl. etwas basteln oder ausprobieren. Mathematik kann hier also als „Mathe zum Anfassen“ erlebt werden. Die grundlegende Konzeption der Sets zu den jeweiligen Themen ist darauf ausgerichtet, dass die Schülerinnen und Schüler zu eigenständiger Arbeit angeregt werden.

Die Sets brauchen keinen festen Platz, die Bearbeitung der Themen lassen sich in jedem Raum durchführen, insofern ist die Gesamtheit der Sets als ein mobiles Labor anzusehen. Die angeforderten MML-Stunden können in den in der Stundentafel fest ausgewiesenen Intensivierungsstunden gehalten werden. Die Sets werden vom Mathematischen Institut verwaltet. Lehrer oder auch Schülergruppen können die gewünschten Sets anfordern, gegebenenfalls mit einem Dozenten oder Studenten, der die Veranstaltung durchführt.

Die Sets aus dem MML, die momentan bereitstehen, reichen über Fragen aus der Spieltheorie, der Knotentheorie und der Geometrie (etwa über Polyeder) hin bis zur Anwendung von zahlentheoretischen Methoden bei der Erstellung von Strichcodes.

**MML – Initialzündung zum intensiven Austausch** Das Projekt und insbesondere das erstellte Material sollen über das Jahr der Mathematik hinaus fortbestehen.



Eine wichtige Motivation des Projekts MML besteht auch darin, dass Lehrer einerseits auf das Labor zugreifen können und andererseits weitere Ideen beisteuern sollen, sogar gegebenenfalls auch selbst ein Set erarbeiten, so dass sich im Idealfall ein reger Austausch zwischen Universität

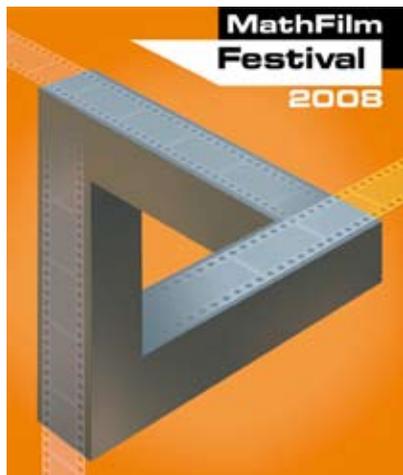
und Schule ergibt. Die Zielsetzung des MML ist es, dass Mathematik in der Schule als ein attraktives Fach wahrgenommen wird, und das ist ja nicht nur im Interesse der Lehrer, die dieses Fach häufig mit großer Leidenschaft unterrichten, sondern auch im Interesse des Mathematischen Instituts der LMU, das sich über den Zulauf von mathematikbegeisterten Studierenden freut.

*Klaus Linde, Martin Schottenloher*

## Mathematische Filmwoche in München

Im Rahmen des Jahres der Mathematik veranstalten die Mathematischen Institute der LMU und der TU München vom 27.6. bis 3.7.2008 eine Filmwoche. An sechs Abenden werden Filme mit Bezug zur Mathematik vorgeführt. Das Programm reicht von Filmen mathematischen Inhalts wie „Mesh“ und „Touching Soap Films“ über Biographien (u.a. Paul Erdős und Julia Robinson) bis hin zu Spielfilmen wie „Enigma“ und „Proof“:

- 27. Juni 19.00 Mesh  
N is a Number – Paul Erdős
- 28. Juni 20.00 Enigma
- 29. Juni 20.00 Fermat's Last Tango
- 30. Juni 19.00 Der versiegelte Brief des Soldaten Döblich  
Wolfgang Döblich – Ein Mathematiker wird wiederentdeckt
- 2. Juli 20.00 Proof
- 3. Juli 19.00 Touching Soap Films  
Julia Robinson and Solving Hilbert's 10th Problem  
Porridge Pulleys and Pi



Zusätzlich werden vor den Hauptfilmen kürzere mathematische Filme gezeigt. Die Vorführungen finden im Hörsaal B 201 im Hauptgebäude der LMU statt, der Eintritt ist frei. Kurzbeschreibungen der Filme finden sich unter [www.ma.tum.de/mathfilmfest](http://www.ma.tum.de/mathfilmfest).

## Ausstellung IMAGINARY - Mit den Augen der Mathematik

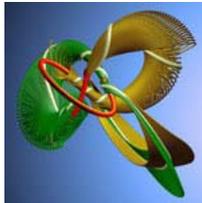
25.9. – 19.10.2008 in München  
an der LMU

Diese Ausstellung wurde bereits Anfang des Jahres mit großem Erfolg an der TUM in Garching gezeigt. Wir konnten die Ausstellung für einen weiteren Zeitraum nach München holen, und wir freuen uns, dass die Ausstellung auch während der Wissenschaftstage 2008 an der LMU und während des Tages der Mathematik am 18.10.2008 geöffnet ist.

„Imaginary“ bietet einen außergewöhnlichen Blick auf mathematische Objekte und Kreationen aus der Geometrie. Die moderne Geometrie ist innerhalb der Mathematik von großer Bedeutung mit vielen Bezügen zu anderen Gebieten und mit vielen Anwendungen. Ein Teil der Geometrie befasst sich mit Objekten im dreidimensionalen Raum unserer Anschauung, und nur um diesen Teil geht es in der Ausstellung. Die dreidimensionale Geometrie ist aber bereits sehr interessant, wie auch die Ausstellung „Imaginary“ zeigt. Die attraktive Präsentation von Bildern und Modellen wird durch die Leistungsstärke der heutigen Computer ermöglicht, die mit Hilfe von ausgeklügelten mathematischen Programmen aus Formeln Bilder erstellen. Auf attraktive und verständliche Weise werden in der Ausstellung Visualisierungen, interaktive Installationen, Virtuelle Welten, 3D-Objekte und ihre theoretischen Hintergründe aus der Algebraischen Geometrie und Singularitätentheorie präsentiert.

Höhepunkt der Ausstellung ist die Erzeugung von Bildern von Flächen durch die Besucher.

Das interaktive Programm „Surfer“ regt zum spielerischen Umgang mit der Geometrie an. Auf einem großen Touch-Screen können Formeln neu aufgestellt werden, zu denen das Programm dann sofort die zugehörige Fläche



in einer 3D-Darstellung auf einem übergroßen Bildschirm liefert, oder es lassen sich vorhandene Formeln verändern und die Auswirkung der Änderung auf die Fläche verfolgen. Die so entstandenen Flächen lassen sich drehen, vergrößern und einfärben. Das macht Spaß und führt zu einer Fülle von wunderschönen Bildern. Das Manipulieren mit den Flächen vermittelt zudem einen Eindruck, wie Geometrie und Algebra zusammenhängen.

Neben dem interaktiven Spaß mit „Surfer“ zeigt die Ausstellung in verschiedenen Galerien viele weitere schöne Bilder. Es werden neben Singularitäten von Flächen auch Bezüge zur Dynamik auf Flächen, zu Knoten und zu vielen weiteren Themen der Mathematik hergestellt und es werden einige künstlerisch weiterverarbeitete Exponate gezeigt.

Ein einzigartiges Erlebnis für alle!

Informationen findet man unter [www.imaginary2008.de/about.php](http://www.imaginary2008.de/about.php).

Für Schulklassen können auf Anforderung Führungen durchgeführt werden. Informationen zu Öffnungszeiten findet man demnächst unter [www.mathematik.uni-muenchen.de/jahr-der-mathematik/](http://www.mathematik.uni-muenchen.de/jahr-der-mathematik/).

Kommen sie zum Festakt zum Jahr der Mathematik am 25.9.2008, der zugleich die Ausstellung eröffnet!

*Martin Schottenloher*



Das Trainee-Programm der BayernLB

# Learning by Banking

Die BayernLB. Erfolgreiche deutsche Großbank mit starken Wurzeln. Wir sind Zentralbank der bayerischen Sparkassen, Hausbank des Freistaates Bayern – und geschätzter Partner von Unternehmen in Deutschland und in aller Welt.

Sie haben einen überdurchschnittlichen Abschluss in Wirtschaftswissenschaften oder Jura und bringen erste Praxiserfahrung im Finanzwesen mit? Sie sind engagiert und haben Spaß an der Dienstleistung? Dann haben Sie beste Voraussetzungen für die Aufnahme in unser Trainee-Programm. 15 Monate lang arbeiten Sie in einer international tätigen Großbank. In einem maßgeschneiderten Programm werden Sie dabei intensiv und individuell von uns gefördert – nach Ihren Fähigkeiten und nach Ihren Neigungen. Ihr Gewinn: Professionalität und eine faszinierende Berufsperspektive in der Welt der Wirtschaft.

Interessiert? Dann richten Sie Ihre Bewerbung an:

BayernLB  
Corporate Center Bereich Personal  
Nachwuchsentwicklung -1631-  
80277 München  
Telefon 089 2171-26952  
trainee@bayernlb.de · www.bayernlb.de

# Auch vom Mathematikunterricht kann man träumen

Im Laufe meiner beruflichen Tätigkeit am Gymnasium habe ich immer wieder Schüler und Schülerinnen aller Jahrgangsstufen befragt, wie sie sich ihren „Traummathematikunterricht“ vorstellen. Dabei zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler dieses Thema ganz offenkundig ernst nahmen, sich damit wirklich auseinandersetzten und ihre Ideen hierzu ganz detailliert darstellten. Erstaunlich ist, dass es dabei keine grundsätzlichen Unterschiede zwischen den Antworten der Kinder der Unterstufe, den Antworten der Jugendlichen der Mittelstufe und den Antworten der jungen Erwachsenen der Oberstufe gab.

- Sehr viele der Antworten bezogen sich auf die Atmosphäre im Mathematikunterricht: Im „Traummathematikunterricht“ gibt es keine Hektik; man darf viel fragen, ohne ausgelacht zu werden, und es zählt alles Positive, nicht nur die Note in den Prüfungsarbeiten. Nach Wunsch der Schüler und Schülerinnen zeigt die Lehrkraft, dass ihr daran liegt, alle in der Klasse zu erreichen, und sie „sprüht vor guter Laune“. Dieser Wunsch ist bei großen Klassen und dem Stoffdruck nicht immer ganz leicht zu erfüllen.
- Es wurde oft geantwortet, dass im „Traummathematikunterricht“ Lernen Spaß machen soll, dass der Unterricht so gestaltet sein soll, dass man sich wohlfühlt und sich nicht dumm vorkommt, und dass die Inhalte interessant sein sollen.
- Auch im „Traummathematikunterricht“ gilt, dass „Üben unbedingt sein muss“. Aber die Schüler und Schülerinnen wünschen sich, dass Möglichkeiten gefunden werden, dass auch das



Partnerarbeit erleichtert das Verständnis

Üben Spaß macht; dazu sollten die Aufgaben interessant und die Materialien schön gestaltet sein.

- Das Einüben des Lehrstoffs sollte im Team erfolgen: „diejenigen, die sich



Messen im Mathematikunterricht:  
Volumen der Faust



Durchmesser einer Schokokugel



Platonische Körper „zum Anfassen“

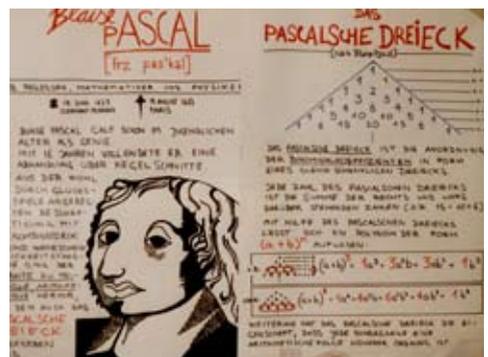


schon auskennen, erklären denjenigen, die es noch nicht ‚gecheckt‘ haben, Schwieriges und lernen beim Erklären noch selber dazu“.

- Im „Traummathematikunterricht“ gibt es auch „Aufgaben zum Knobeln, zum Experimentieren – nicht nur stures Rechnen“; man erlebt, dass Mathematik im Alltag vorkommt, „dass man von Mathematik umgeben ist“.
- Im „Traummathematikunterricht“ werden auch Projekte durchgeführt; so werden von den Jugendlichen in Teamarbeit z.B. Modelle gebaut, Poster gestaltet und die Ergebnisse im Schaukasten oder in einer kleinen Ausstellung präsentiert.
- Ihren „Traummathematikunterricht“ möchten die Schülerinnen und Schüler mitgestalten; „dann passen wir auch besser auf, weil es ‚unser Unterricht‘ ist und wir ernst genommen werden“.
- Bei den von mir durchgeführten Befragungen wurde auch immer wieder der Wunsch geäußert, mehr über die Personen zu erfahren, die die Lerninhalte und Methoden gefunden bzw. erfunden haben, die im Unterricht behandelt werden.

*Sicher müssen wir Mathematiklehrkräfte in unserem Beruf mit einer Reihe von Problemen wie den zu großen Klassen, dem Stoffdruck, der Disziplin, der „Null-Bock-Haltung“ ... fertig werden. Wir fühlen uns gelegentlich überlastet, sprühen nicht immer vor guter Laune und erleben auch nicht jede Klasse als „Traumklasse“. Doch denke ich, dass viele Vorstellungen und Wünsche der Schülerinnen und Schüler, die in Bezug auf einen „Traummathematikunterricht“ geäußert wurden, durchaus realisierbar sind.*

Ulrike Schätz



Posterpräsentation:  
Pascal und das Pascaldreieck

# Von der Mathematik zur Theologie

*Völlig überraschend für mich kamen Prof. Zöschinger und meine Klassenkameradin Doris Jakubaša auf die Idee, ich solle für dieses Vereinsheft meinen exotischen Weg skizzieren – eine große Ehre!*

An der LMU habe ich von 1967/8 bis 1972 Mathematik naturwissenschaftlicher Richtung, d.h. mit Nebenfach Physik, studiert. Die Anfänger-Vorlesungen (unter den gut 500 Studierenden auch Wilfried Buchholz) hielten Karl Stein (1913-2000) mit Assistent Konrad Königsberger (1936-2005), der später an der TU Prof. war, und Hans Kerner, später Uni Bayreuth, dort auch Vizepräsident. Die Diplomarbeit schrieb ich bei Karl-Heinz Helwig (1936-1996) über Spiegelungsgruppen – das Thema entstand aus einem Seminar bei Max Koecher (1924-1990), der jedoch nach Münster ging; Helwig übernahm die Betreuung. Karl-Heinz Hoffmann, damals Assistent bei Günter Hämmerlin (1928-1997) und dann Wiss. Rat und Prof., ermutigte mich, weiter in der Mathematik zu bleiben, dann allerdings in der Angewandten Mathematik; das Diplom in der Reinen Mathematik hielt er für eine gute Voraussetzung. So war ich noch bis März 1975 an der LMU bis zur Übersiedlung von Hoffmann an die FU Berlin, wo ich Assistentin wurde. Mathematik war spannend: es gab eine interdisziplinäre Zusammenarbeit mit Physikern, Meteorologen, mit dem Hahn-Meitner-Institut; ein Forschungsschwerpunkt („Approximationen in Optimierung und Kontrolltheorie“) wurde aufgebaut, Tagungen abgehalten. Zu Beginn waren noch die Auswirkungen der Studentenunruhen zu spüren; von Studenten im 3. Semes-



ter wurde man im vollen Hörsaal angegriffen und zur Rede gestellt mit der Begründung, sie als Studenten wüssten doch viel besser, wie Mathematik-Vorlesungen oder ein Studium zu gehen habe – eine verblüffende Erfahrung für jemand, der aus München kam. Hoffmann wurde nach Berlin in Augsburg Prof. und Vizepräsident, dann Prof. an der TU München, in

den Wissenschaftsrat berufen und dort Vorsitzender, sowie Gründungsrektor von Caesar in Bonn; zur Emeritierung mit SS 2007 veranstaltete man an der TU München in Garching das Symposium, 11.-12.10.07.

Die zweite Linie, zunächst Philosophie, später dann Theologie, entwickelte sich nebenbei. Grenzfragen zwischen Naturwissenschaften und Theologie interessierten mich – längere Zeit war ich im gleichnamigen Arbeitskreis der Hochschulgemeinde in München aktiv. Die Vorlesungen von Carl Friedrich von Weizsäcker (kurz nach meinem Diplom) waren eine Brücke und faszinierten mich – von der Geometrie des Raumes (Spiegelungsgruppen) zur „Einheit der Physik“ und zur „Einheit der Welt“. Weizsäcker pflegte am Freitagnachmittag in der Schellingstr. bei den Physikern zu lesen. Ich begann, die (neu eröffnete) Hochschule für Philosophie in der Kaulbachstr. zu besuchen. In Berlin studierte ich bald nebenbei Theologie, neben meiner Tätigkeit als Assistentin.

Schließlich habe ich dann in Frankfurt an der Philosophisch-Theologischen Hochschule Sankt Georgen ein volles Theologie-Studium absolviert, inklusive der notwendigen Sprachen Latein, Griechisch, Hebräisch. Eine Promotion in der Exegese schloss sich an. Ein



halbes Jahr vor Abschluss der Promotion kam die Anfrage von Alois Grillmeier, Dogmengeschichtler, Verfasser eines Werkes über die Geschichte der Christologie, d.h. der theologischen Reflektion des Glaubens an Jesus von Nazareth vom Neuen Testament bis 800, bei ihm mitzuarbeiten. Ein völlig neues Fach wieder – als ich anfang, hatte ich den Eindruck: nun beginnt die Theologie erst.

Inzwischen bin ich seit 1986 mit diesem Werk befasst, leite das Forschungsprojekt „Jesus der Christus im Glauben der Kirche“ seit 1994. P. Grillmeier wurde 1994 zum Kardinal ernannt, übersiedelte nach München und starb 1998. Zurzeit sind von diesem Werk 5 Bände publiziert, auch in einer Sonderausgabe, mit Übersetzungen ins Englische, Französische, Italienische, Spanische, die ich zum großen Teil korrigiert habe. Die Fortsetzung der Forschungsarbeit machte es wünschenswert weitere Sprachen zu lernen, wie Syrisch, Armenisch, Georgisch, Arabisch, die ich nach und nach studiert und mit einem Magister in Orientalistik (und Islamwissenschaft) abgeschlossen habe. Die Beschäftigung mit der

Christologie der frühen Kirche (d.h. den Vorstellungen der Autoren in den ersten 5 Jahrhunderten über Jesus von Nazareth), in der sich die ersten Kirchenspaltungen vollzogen, brachte es mit sich, daß ich zu ökumenischen Gesprä-

chen mit den Syrischen Kirchen (Maroniten, Syro-Orthodoxe, Assyrische Kirche, Syro-Malabar, Syro-Malankara) eingeladen wurde, zunächst im inoffiziellen Dialog, dann auch im offiziellen Dialog der Kirchen. Inzwischen bin ich auch in die ökumenischen Gespräche und

in den offiziellen Dialog der Katholischen Kirche mit der Orthodoxie einbezogen und Mitglied der Dialog-Kommission.

Das Arbeitsfeld ist für mich breit geworden. Weitere Reisen führten nach Indien, Australien, Moskau, Rumänien, USA.

Was habe ich aus der Mathematik gelernt? Ursprünglich wollte ich Mathematik studieren, um logisch denken zu lernen. Eingeschrieben habe ich mich für Mathematik, Chemie und Biologie; daraus wurde aus technischen Gründen binnen 1-2 Wochen bereits die Mathematik als eigentliches Fach. Nach dem vollen Wechsel in die Theologie habe ich nur noch einmal Mathematik-Vorlesungen an der Fachhochschule Frankfurt gehalten – zu meiner Überraschung ging das noch, aber die sonstigen Aufgaben waren inzwischen doch so umfangreich, daß ich diese Doppelarbeit nicht weitergeführt habe.

Geübt habe ich in der Mathematik wohl die Genauigkeit, die Präzision, die auch in der historisch-kritischen Arbeit an Texten durchaus nützlich ist. Ein gewisser positivistischer Ansatz verträgt sich wohl mit der

historisch-kritischen Methode. Freilich scheinen mir die Denkweisen zwischen Theologie und Naturwissenschaften bzw. Mathematik doch sehr unterschiedlich.

*Barbara Theresia Hainthaler*  
(<http://www.sankt-georgen.de/lehrende/hainthaler.html>)



# Auslandsstudium

## Norwegen

*Erasmus-Aufenthalt in Bergen,  
August 2006 – Mai 2007*



Mein Aufenthalt in Bergen war eine tolle Erfahrung, die ich immer gerne in Erinnerung behalten werde.

Angefangen mit der Bewerbung an der Uni in Bergen, der Bereitstellung einer Unterkunft, der Betreuung während des Aufenthalts, bis hin zu abschließenden Formalitäten war wirklich alles gut geplant.

Bei der Bewerbung musste man sich bereits entscheiden, ob man an einem Sprachkurs teilnehmen möchte. Ich habe an einem Einsteigerkurs teilgenommen und dadurch einen guten Einblick in die Sprache erhalten; 14 Wochen lang, jeweils 4 Stunden pro Woche. Norwegisch ist dem Deutschen sehr ähnlich, und dadurch sind erste Worte, Sätze und Ausdrücke auch relativ gut zu erlernen. Erschwert wird das Ganze aber einmal durch die 2 verschiedenen norwegischen Sprachen Bokmål und Nynorsk und zum Zweiten durch die Unmengen an Dialekten bei gerade mal 4,7 Mio. Einwohnern.

Grundsätzlich war Englisch aber völlig ausreichend. Fast alle Norweger können Englisch; und das oft wirklich gut. Auch die Vorlesungen wurden meistens auf Englisch gehalten, sobald internationale Studenten teilgenommen haben.

Ich habe nur im 1. Semester (1. August – 31. Dezember) Vorlesungen gehört. Im 2. Semester habe ich meine Diplomarbeit am „Centre for Integrated Petroleum Research“ (CIPR) an der „Universitetet i Bergen“ geschrieben und wurde sehr gut betreut und unterstützt.

Mir wurde auch ein eigener Platz mit Internetanschluss zur Verfügung gestellt in einem Raum zusammen mit norwegischen Master-Studenten.

Gewohnt habe ich im Fantoft Studentenwohnheim (Miete inkl. Strom und Internetanschluss ca. 250 Euro). Dort wohnen ungefähr 1400 meist internationale Studenten. Ich habe im 1. Semester mit einer Sizilianerin und im 2. Semester mit einer Holländerin zusammen gewohnt. Ich hatte ein eigenes Zimmer und wir haben uns die Küche, den Essbereich und das Bad geteilt.

Insgesamt gab es zwei Dinge, auf die man sich einstellen musste, wenn man in Bergen studieren wollte: auf das Wetter und auf die Preise.

Zuerst zum Wetter: Bergen gehört nicht umsonst zu den regenreichsten Städten Europas. Es regnet wirklich sehr oft und auch sehr viel. Aber mit der richtigen Kleidung, den passenden Schuhen und einem Regenschirm ist das grundsätzlich kein Problem. Und wenn es dann mal schön ist, dann ist die Stadt wirklich traumhaft. Besonders im Spätsommer gibt es viele sonnige Tage, an denen wir auch oft in den Fjorden oder kleineren Ausläufern gebadet haben. Oder wir sind auf den Floyen oder den Ulriken gewandert, zwei der sieben Berge rund um die Stadt.

Im Winter wird es in Bergen gar nicht so kalt, und es gibt dadurch meist auch gar nicht so viel Schnee. Aber in der Nähe gibt es gute Möglichkeiten um Wintersport zu betreiben. Grundsätzlich sollte man natürlich alle Möglichkeiten nutzen, in Norwegen zu reisen. Ich habe zusammen mit meinen „international friends“ zwei größere Reisen unternommen:



Einen Trip nach Stavanger, der viertgrößten Stadt Norwegens (nach Oslo, Bergen und Trondheim), und einen „Northtrip“.

In Stavanger sind wir auf den Preikestolen gewandert. Der Ausblick von dort oben war wirklich einmalig ... Es ging über 600 m steil nach unten.

Unser Northtrip ging von Bergen aus mit dem Flugzeug nach Trondheim, mit der Bahn nach Bodø, mit den Hurtigruten nach Tromsø, dann mit dem Flugzeug nach Oslo und von dort mit der Bahn wieder zurück nach Bergen. Übernachtet haben wir meist in der Bahn oder auf dem Schiff. Die Nacht in Tromsø durften wir in einem Studentencafé auf den gemütlichen Sofas verbringen, nachdem wir dort noch ein tolles Konzert zur Unterhaltung hatten. Die Hilfsbereitschaft der Norweger ist wirklich toll, und wirklich fast alle Norweger lieben und machen Musik. Nordlichter haben wir leider nicht gesehen, aber besonders die Fahrt mit den Hurtigruten von Bodø nach Tromsø an den Lofoten vorbei war wunderschön.

Und nun zu den Preisen: Bekannt ist, dass Bier bzw. Alkohol allgemein in Norwegen sehr teuer sind. Man musste sich aber darauf einstellen, dass das für fast alle Dinge des täglichen Lebens gilt. Lebensmittel waren oft doppelt so teuer wie in Deutschland, und die ersten Einkaufstouren waren immer wieder von „teuren Überraschungen“ geprägt. Nach und nach hat man aber die Geschäfte mit den besten Angeboten gefunden und kam gut zurecht.

Insgesamt hatte ich zahlreiche persönlich und kulturell beeindruckende Erlebnisse in Bergen. Ich habe dabei viele nette Norweger und vor allem viele internationale Studenten aus aller Welt kennen gelernt, zu denen ich noch immer sehr guten Kontakt habe. Ich kann nur jedem raten, sich nicht vom Wetter und den Preisen abschrecken zu lassen und die Möglichkeit eines Erasmus-Aufenthalts in Norwegen zu nutzen, um dieses tolle Land kennen zu lernen.

*Steffi Hundorf*

# Kanada

**Montréal, Québec,  
August 2006 – Mai 2007**

Ein Winter in Montréal ...

Ja, es war kalt. Sehr kalt. Aber es hat sich gelohnt, jedes Minusgrad!

**Das Land** Kanada ist bezogen auf seine Landmasse das zweitgrößte Land der Welt, während es aber nur 33 Millionen Einwohner hat. Fast ein Viertel davon lebt am oder zumindest nahe des Sankt-Lorenz-Stroms in der Provinz Québec im Osten Kanadas. Und genau dort habe ich neun Monate in der dort größten Stadt Montréal verbracht. Da Québec zu 80 % französischsprachig ist, hatte ich die Gelegenheit, meine Französischkenntnisse zu verbessern, auch wenn es anfangs einige Zeit gedauert hat, bis ich mich an den lokalen „Québécois“ Akzent und die lokalen Redewendungen gewöhnt hatte. Aber ich bin mir sicher, dass es mir in Frankreich auch nicht anders ergangen wäre!

**Die Leute** In Québec und besonders in Montréal lebt ein sehr freundlicher, das Leben genießender Menschenschlag. Allgemein sind die Leute sehr sympathisch und sehr relaxed.

Zwei Aspekte fallen aber besonders auf: Wenn man in Montréal in der „Métro“ sitzt oder auf der Straße entlangläuft, kann man wirklich Leute aller erdenkbaren Nationalitäten entdecken. Und es ist beeindruckend, wie viel man dadurch in dieser multikulturellen Stadt über andere Länder und Kulturkreise lernen kann, einfach indem man sich mit anderen Leuten unterhält.

Auf der anderen Seite könnte man Québec als eine extremere Form von Bayern in Deutschland sehen, da schon seit längerer Zeit eine sehr ernst zu nehmende Unabhängigkeits-



bewegung am Laufen ist. Viele würden sich gerne vom Rest Kanadas separieren und Québec als eigenständigen Staat deklarieren. Über dieses Thema entstehen dann nicht selten aufregende und interessante Diskussionen zwischen Befürwortern (meistens Einheimische)

und Gegnern bzw. Herausforderern (oft Austauschstudenten).

**Leben in der Stadt** Obwohl eigentlich Québec City die Hauptstadt der Provinz Québec ist, ist es doch in Montréal, wo ihr Herz schlägt. Mit seinen unzähligen Bars, Clubs und kleinen netten Restaurants ist Montréal perfekt geeignet für Studenten und junge Leute im Allgemeinen. Es gab keinen Abend, an dem man kein Live-Konzert und Bands aller Genres in Bars und Clubs in der ganzen Stadt finden konnte. Im Vergleich zum Rest Nordamerikas ist sogar das Essen erwähnenswert: es gibt sehr gute französische Bäckereien mit Baguettes und anderem „normalen“ Brot, alle Supermärkte bieten die komplette Palette an internationalen Lebensmitteln an, auf wöchentlichen Märkten kann man frisches Obst, Gemüse, Fleisch u.v.m. kaufen, und die kleinen Lokale aller Nationalitäten an jeder Ecke übertreffen die Fast-food-Lokale zahlenmäßig bei weitem, von denen ich keines wusste, das ich nicht empfehlen kann.

Außerdem ist Montréal die Stadt der Festivals und Aktivitäten! Anstatt über das Wetter zu klagen, gehen die Leute lieber aus und unternehmen alles Mögliche, machen viel Sport, organisieren Festivals oder andere Veranstaltungen, vor allem im Sommer aber auch im Winter! Zum Beispiel Eishockey und Schlittschuhlaufen sind zwei Sportarten, die man

den ganzen Winter über in der ganzen Stadt auf natürlichen und präparierten Eisflächen ausüben kann. Aber auch für diejenigen, die es bevorzugen, lieber im Warmen zu bleiben, kann Montréal ein unglaubliches Netzwerk von mehr als 30 (!) Kilometern verbundener unterirdischer Einkaufszentren, Supermärkten, Food Courts, Galerien, Kinos, Unis, Bürohäuser und U-Bahn-Stationen bieten. So muss man nicht einmal ins Freie treten, um einen ganzen Tag in der Innenstadt zu verbringen! Was das Reisen betrifft, so ist Montréal ein idealer Ausgangspunkt für Ausflüge: Die Provinz Québec besitzt neben seiner sehr schönen Hauptstadt Québec City auch noch viele Nationalparks, die zum Wandern, Skifahren, Kajakfahren und vieles mehr einladen. Auch in der Nachbarprovinz Ontario gibt es mit den Niagara-Fällen, Toronto und Kanadas Hauptstadt Ottawa viele Touristenattraktionen. Davon abgesehen ist auch die Grenze zu den USA nur eine Stunde weit entfernt, so dass ich einmal nach Boston und zweimal nach New York gefahren bin.

**Bewerbung** Beworben habe ich mich im Auslandsamt der LMU über das Programm CRÉPUQ, welches ein einheitliches Bewerbungsverfahren für alle Universitäten in Québec erlaubt und wodurch einem die gesamten Studiengebühren erlassen werden. Bewerbungsschluss ist circa ein halbes Jahr vor Reiseantritt, deswegen ist es jedem geraten, genügend Zeit im Voraus einzuplanen, denn neben Kopien von sämtlichen Zeugnissen und Scheinen benötigt man auch einen Lebenslauf, ein Motivationsschreiben, ein Empfehlungsschreiben, einen Sprachtest und eine von einem deutschen Professor unterschriebene Zusammenstellung der Kurse, die man in Kanada hören will.

Und das alles nimmt sehr viel mehr Zeit in Anspruch, als man glauben will.

Nach erfolgreicher Bewerbung geht es gleich damit weiter, den Flug zu buchen, die nötigen Unterlagen wie Visum und Studierlaubnis zu beantragen und gegebenenfalls schon von Deutschland aus nach einem Zimmer zu suchen, was man aber wegen eines noch relativ entspannten Wohnungsmarktes auch vor Ort machen kann.

Einmal in Montréal angelangt ist man aufgefordert, sich an seinen zuständigen Professor zu wenden, mit dem man dann zusammen die endgültige Kurswahl festlegt und der auch für sonstige Fragen rund ums Studium zur Verfügung steht.

**Die Universität** Das Universitätsjahr in Kanada ist unterteilt in drei Trimester, von denen die meisten Studenten aber nur das Herbst- und Wintertrimester machen und während des Sommertrimesters Urlaub machen oder arbeiten. Ebenso für Austauschstudenten ist nur das Herbst- und Wintertrimester empfohlen, da im Sommertrimester nur sehr wenige Kurse angeboten werden. Deswegen ging auch meine Zeit in Kanada von August 2006 bis Mai 2007, wodurch ich die ganze Schönheit des Winters mitbekommen habe, aber leider den Sommer verpasst habe.

Die Stadt Montréal selber hat vier große Universitäten, wo denen zwei englischsprachig



Université de Montréal

und zwei französischsprachig sind. Ich bin auf die französischsprachige Université de Montréal gegangen, die zusammen mit ihren angegliederten Universitäten HEC und École Polytechnique für mehr als 55.000 Studenten Platz bietet und somit die größte Universität in Québec und die zweitgrößte in Kanada ist.

Dementsprechend vielfältig ist auch die Auswahl an Kursen, vor allem im Bereich der wissenschaftlichen Programmierung (Matlab), der bei uns ja noch verhältnismäßig klein ist. Im Bachelor nehmen die Studenten normalerweise 5 Kurse, im Master Level 4, wobei man als Austauschstudent durchaus auch nur 3 Kurse nehmen kann, um sich auch ein bisschen Zeit zu geben, sich an die neue

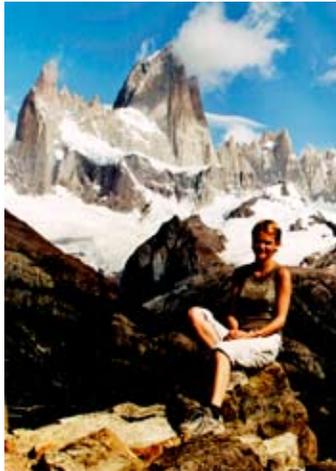
Umgebung und die Sprache zu gewöhnen. Die Schwierigkeit der Kurse ist, zumindest im Master Level, vergleichbar mit den Vorlesungen in unseren deutschen Universitäten. Normalerweise sind die Klassen dort sehr klein und viel persönlicher als in Deutschland; schon allein die Professoren, die sich von ihren Studenten mit ihrem Vornamen ansprechen lassen!

Zusammenfassend kann ich sagen, dass ich mein Universitätsjahr in Montréal sehr genossen habe und es nur jedem empfehlen kann! Und keine Panik, es kann im Herbst und Frühling sogar richtig warm werden und sogar der Winter ist absolut kein Problem mit einem dicken warmen Mantel!

*Karolin Mohren*

## Argentinien

Organisation und Vorbereitung kosteten einige Zeit und Mühe, doch schließlich habe ich mich im März 2005 auf den Weg nach Argentinien gemacht, um ein Jahr an der Universität von Buenos Aires zu studieren. Ich hatte mich über Universitäten und Möglichkeiten eines Auslandsstudienjahres in Lateinamerika informiert und aus verschiedenen Gründen für Buenos Aires entschieden. Herr Prof. Schneider betreute damals einen Doktoranden aus Argentinien; dieser empfahl mir seine ehemalige Universität und stellte erste Kontakte her. Das Studium an staatlichen Universitäten ist kostenlos, und die Lebenshaltungskosten sind seit der Wirtschaftskrise 2001 sehr gesunken, so dass ich den Aufenthalt auch ohne Stipendium realisieren konnte; meine Bewerbung für ein Aus-



landsstipendium des DAAD war leider abgelehnt worden. In Argentinien dauert das Mathematikstudium in der Regel fünf Jahre. Je nach Orientierung (Angewandte oder Reine Mathematik) hat man eine Reihe von Pflichtvorlesungen zu absolvieren, und nur wenige zusätzliche Veranstaltungen können frei gewählt werden. So ist das Vorlesungsangebot im Vergleich zu München weniger breit, mit einer geringen

Anzahl von vertiefenden Vorlesungen. An zwei Tagen pro Woche (zu oft ungewohnten Zeiten wie 17-22 Uhr) ist für jede Veranstaltung eine zweistündige Vorlesung und im Anschluss eine dreistündige Übungsstunde vorgesehen. In dieser werden ergänzende Themen behandelt und Aufgaben besprochen, die auf die eigentlichen Übungsaufgaben vorbereiten. Der Großteil der Zeit ist jedoch als „Fragestunde“ gedacht. Es gibt



einen Katalog von Übungsaufgaben, der das Semester über abgearbeitet werden soll. Die Aufgaben werden weder abgegeben noch Lösungen bereitgestellt, man erfragt Tipps und wenn nötig Lösungsskizzen. Meist saßen die beiden Assistenten umringt von einer Gruppe Studenten im Hörsaal, beantworteten Fragen, gaben Hinweise und skizzierten Lösungsideen. Damit hatte ich gerade am Anfang so meine Schwierigkeiten. Mit meinem noch recht mangelhaften Spanisch war es eine echte Herausforderung, dem Redeschwall zu folgen, geschweige denn selbst Fragen zu stellen. Der argentinische Dialekt machte es nicht gerade leichter. Die Bevölkerung ist fast ausschließlich europäischer Abstammung, der Großteil aus Spanien und Italien. Man spricht ein stark italienisch gefärbtes Spanisch, viele Laute werden anders ausgesprochen als in Spanien und teils andere Wörter und Grammatik verwendet.

Für die Größe von Stadt und Universität ist das Mathematische Institut überraschend klein und man kommt rasch in Kontakt mit anderen Studenten. Dass Buenos Aires nicht die gängigste Wahl für ein Auslandsstudium ist, hatte ich vermutet, doch dass ich die einzige Ausländerin am Institut sein würde, hatte ich nicht erwartet. So war ich von Anfang an gezwungen, mich auf Spanisch zu verständigen. Das war zunächst recht mühsam,

doch lernt man auf diese Weise schnell dazu. Meine Kommilitonen nahmen mich sehr nett auf, waren interessiert und bemüht und haben mir geduldig weitergeholfen. In den Vorlesungspausen setzt man sich zusammen, häufig wird Matetee herumgereicht.

Die meisten Studenten lebten mit ihrer Familie in Außenbezirken von Buenos Aires, was Treffen außerhalb der Universität schwierig machte. Viele konnten nur bei

Helligkeit sicher mit dem Bus nach Hause fahren. Die Wohnungssuche gestaltete sich deshalb etwas problematisch. Auch gibt es keine Studentenwohnheime im gewohnten Stil, und Wohngemeinschaften sind schwer zu finden.

Einige Fakultäten der Universität, wie auch das Mathematische Institut, liegen in Ciudad Universitaria am Rand der Stadt; mit dem Bus ist man vom Zentrum aus etwa 30 bis 40 Minuten unterwegs. Auf dem Campus werden einige Freizeitaktivitäten und Workshops angeboten. Der Tangokurs war eine schöne Gelegenheit Leute kennen zu lernen, manchmal wurden gemeinsame Feste organisiert oder man verabedete sich abends zum Tanzen. Viele Touristen kommen allein wegen des Tangos in die Stadt, an unzähligen Orten finden Kurse statt und auf Milongas werden die Nächte durchgetanzt. Es gibt Lokale unterschiedlichsten Stils, die sich gewöhnlich erst ab Mitternacht mit Gästen füllen.

Buenos Aires ist eine faszinierende, lebendige Stadt mit den unterschiedlichsten Vierteln, und es gibt immer etwas Neues zu entdecken. An Wochenenden kann man über Antiquitäten- und Künstlermärkte schlendern, Straßenmusiker und -künstler bewundern, den Sommer über werden zahlreiche (meist kostenlose) Konzerte und Festivals organisiert, und Kulturzentren und Theater bieten ein

abwechslungsreiches Programm. Auch das Nachtleben, die vielen Cafés, die Pizzerias und Parrillas, in denen man sich erst zu später Stunde zum Essen trifft, sind ein Erlebnis.

Doch ist Buenos Aires auch eine Stadt mit vielen Problemen, die Armut ist seit der Wirtschaftskrise stark gestiegen und die Verbrechen der Militärdiktatur sind noch nicht aufgearbeitet. Proteste sind an der Tagesordnung, in den Straßen und U-Bahnen trifft man auf bettelnde Kinder; es ist ratsam, außer etwas Bargeld nicht viel bei sich zu tragen. Bestimmte Gegenden der Stadt kann man aus Sicherheitsgründen nicht betreten, doch in den belebten Straßen des unmittelbaren Zentrums habe ich mich auch nachts stets sicher gefühlt.

Immer wieder hat man das Bedürfnis, dem Lärm und Trubel der Großstadt zu entfliehen. Nahezu ein Drittel der Bevölkerung Argentiniens lebt in Buenos Aires, weite Teile des

riesigen Landes sind kaum besiedelt. In den Semesterferien und vor allem auch vor meiner Rückkehr nach München hatte ich Gelegenheit, die verschiedenartigen Regionen des Landes näher kennen zu lernen. Besonders beeindruckend waren die gewaltigen Wasserfälle von Iguazu, die Gebirgsformationen im Nordwesten und die Einsamkeit und Weite Patagoniens. Auch die riesigen Inlandeisgletscher, die wunderschönen Gebirgslandschaften im Süden an der Grenze zu Chile und schließlich Feuerland mit seinem rauen Klima haben bleibende Eindrücke hinterlassen.

Rückblickend kann ich nur jedem zu einem Studienaufenthalt im Ausland raten. Es war ein erlebnisreiches und bereicherndes Jahr mit vielen neuen Eindrücken und Erfahrungen. Sollte sich jemand speziell für Argentinien interessieren, stehe ich für Fragen und nähere Informationen gerne zur Verfügung.

*Stefanie Sonner*

*Anzeige*

# Rätselcke

Fünf äußerlich nicht zu unterscheidende Kugeln, die allerdings verschieden schwer sein können, sollen mit Hilfe einer Balkenwaage nach ihrem Gewicht geordnet werden. Wie ist dies mit nur sieben Wägungen möglich?

Die Zahlen von 1 bis 16 sollen so in das magische Quadrat eingetragen werden, dass die Summe über die vier Zeilen, die vier Spalten und die beiden Diagonalen sowie über die mit M bzw. A bzw. T bzw. H gekennzeichneten Felder identisch ist.

M	A	A	M
T	H	H	T
T	H	H	T
M	A	A	M

Max zeichnet  $n$  Punkte auf ein Blatt Papier, von denen keine drei Punkte auf einer gemeinsamen Geraden liegen, und verbindet je zwei dieser Punkte durch eine rote, blaue oder grüne Strecke, wobei keines der entstehenden Dreiecke drei gleichfarbige Seiten besitzt. Wie groß kann dann  $n$  höchstens sein?



## KARL RAU Anzeige Fachbuchhandlung und Medienservice

Architektur **B**auliteratur **BWL** Chemie  
Datenverarbeitung **E**lektrotechnik  
Geowissenschaften **I**nformatik  
Management **M**aschinenbau  
Mathematik **P**hysik **S**prachen **VWL**

Theresienstr. 100  
(Ecke Luisenstr.)  
80333 München

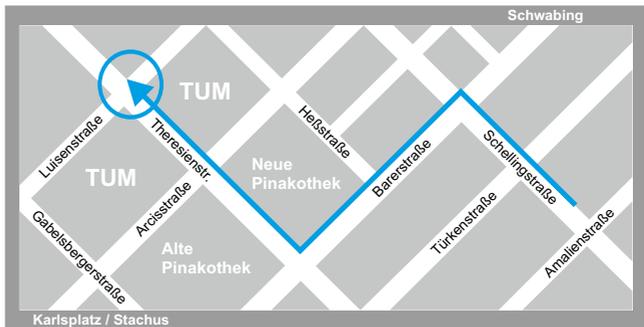
Tel. 089 3090 568 40  
Fax 089 3090 568 49  
info@karl-rau.de  
www.karl-rau.de

Besorgung neuer und antiquarischer  
Bücher aus dem Inland und Ausland

### Von OEHLER zu RAU

J. OEHLER, Buchhandlung für Mathematik, Physik, Chemie und verwandte Gebiete, vormals Schellingstraße 18, hat Anfang 2008 den Betrieb eingestellt.

Wir haben von OEHLER die meisten Abonnements übernommen und erweitern außerdem unser Sortiment an Mathematik und Physik.

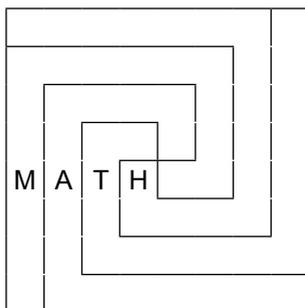
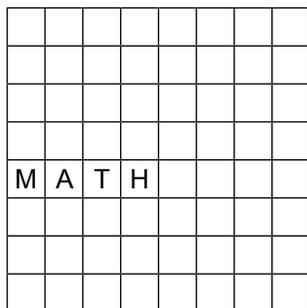


## Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 17

Unter der Fakultät  $n!$  einer natürlichen Zahl  $n$  versteht man das Produkt der ersten  $n$  natürlichen Zahlen  $1, 2, \dots, n-1$  und  $n$ . Auf wie viele Nullen endet eigentlich  $2008!$  in der Dezimaldarstellung?

Jede natürliche Zahl  $m$  besitzt die Gestalt  $m = 10^r \cdot s$  mit einer ganzen Zahl  $r \geq 0$  und einer natürlichen Zahl  $s$ , die selbst nicht durch 10 teilbar ist; dann endet  $m$  in der Dezimaldarstellung auf genau  $r$  Nullen. Da nun in der Primfaktorzerlegung der Fakultät  $n!$  einer natürlichen Zahl  $n$  die Primzahl 5 nicht häufiger auftreten kann als die Primzahl 2, stimmt  $r$  mit der Vielfachheit des Primfaktors 5 in  $n!$  überein. Dabei steuern von den ersten 2008 natürlichen Zahlen die 401 Vielfachen von 5 jeweils einen, die 80 Vielfachen von  $5^2 = 25$  einen zweiten, die 16 Vielfachen von  $5^3 = 125$  dritten und die 3 Vielfachen von  $5^4 = 625$  sogar ein vierten Faktor 5 zur Fakultät  $n!$  bei; damit endet  $2008!$  in der Dezimaldarstellung auf genau  $r = 401 + 80 + 25 + 16 + 3 = 525$  Nullen.

Auf einer quadratischen Insel, die in 64 ebenfalls quadratische Grundstücke gegliedert ist, befinden sich vier in der Skizze mit M, A, T und H bezeichnete Heiligtümer, die verschiedenen Gottheiten geweiht sind. Einem Orakelspruch zufolge muss die Insel nun in vier heilige Bezirke unterteilt werden, wobei jeder aus 16 zusammenhängenden Grundstücken bestehen und genau ein Heiligtum umfassen soll. Kann die Aufgabe sogar durch vier deckungsgleiche Bezirke gelöst werden?



Max, Ludwig und Konrad möchten auf einer Party ihre angeblich hellseherischen Fähigkeiten unter Beweis stellen. Dazu wirft jeder verdeckt in einem Becher einen fairen Würfel, ohne sich das Ergebnis anzusehen; ab diesem Zeitpunkt tauschen die drei untereinander keinerlei Informationen mehr aus. Jetzt darf sich jeder die von seinen Mitspielern geworfenen Augenzahlen anschauen und muss dann geheim auf einem Zettel das eigene (ihm selbst ja noch unbekannt) Wurfresultat vorhersagen; dabei kann „gerade“ oder „ungerade“ notiert oder auch auf eine Prognose verzichtet werden. Wichtig ist nämlich nur, dass wenigstens eine richtige, aber keine falsche Vorhersage getroffen wird. Zum Erstaunen der übrigen Gäste gelingt ihnen dies in rund 75 % der Fälle – aber mit welcher Strategie?

Max, Ludwig und Konrad haben sich auf die folgende Strategie verständigt: sieht ein Spieler bei beiden Kollegen eine gerade Augenzahl, so tippt er für seinen eigenen Wurf auf „ungerade“, haben beide Mitspieler dagegen eine ungerade Zahl geworfen, so notiert er „gerade“; nur für den Fall, dass sowohl eine gerade als auch eine ungerade Zahl vorkommt, verzichtet er auf eine Prognose. Von den insgesamt  $2^3=8$  möglichen Ergebnissen führen nun die beiden Konstellationen mit drei geraden oder drei ungeraden Augenzahlen zu drei falschen Vorhersagen, während bei den anderen sechs Konstellationen zwei richtige Prognosen bei einer Enthaltung vorliegen; damit liegen Max, Ludwig und Konrad in rund 75 % der Fälle richtig.

## Topologie und Kombinatorik des Fußballs

D. Kotschick

Was ist ein Fußball? Die offizielle Definition der FIFA sagt nur geringfügig mehr als der Kalauer „Der Ball ist rund“. Er soll eine Kugel mit einem Umfang zwischen 68 und 70 Zentimeter sein, und wenn er mit 0,8 Atmosphären Überdruck aufgeblasen ist, sind höchstens 1,5 Prozent Abweichung von der Kugelgestalt erlaubt.

Aber welches Bild kommt Ihnen in den Sinn, wenn Sie an Fußball denken? Mit Sicherheit ist es jenes schwarz-weiße Muster, das Ihnen zurzeit aus Anlass der Europameisterschaft von jeder Werbefläche entgegenstrahlt.

Dieser Standardfußball ist ein sphärisches Polyeder und setzt sich aus 32 Polygonen (Vielecken) zusammen. 12 Fünfecke und 20 Sechsecke sind so angeordnet, dass jedes Fünfeck ausschließlich von Sechsecken umgeben ist, und jedes Sechseck genau mit jeder zweiten Seite an ein Fünfeck grenzt. Traditionell sind die Fünfecke schwarz und die Sechsecke weiß gefärbt.



Abb. 1 Der Standardfußball

Warum sieht der Fußball so aus wie er aussieht? Kann man die Fünf- und Sechsecke auch anders anordnen? Dürfen es anstelle der Fünf- und Sechsecke auch andere Polygone sein? Fragen dieser Art sollen im Folgenden mit mathematischen Mitteln untersucht — und zum Teil auch beantwortet — werden.

Dabei geht es uns nicht um die metrischen, sondern um die topologischen Eigenschaften sphärischer Polyeder. Wir reduzieren den Fußball auf einen so genannten Graph auf der Sphäre bestehend aus Ecken und Kanten, die diese Ecken verbinden, ohne dass es auf deren genaue Lage ankommt. Aber trotz dieser Abstraktion: Fünfeck bleibt Fünfeck, und man kann nach wie vor davon sprechen, ob Fünfecke nur an Sechsecke oder auch aneinander grenzen dürfen und wie viele Flächen in einer Ecke zusammenkommen.

Aus graphentheoretischer Sicht hat der Standardfußball drei wesentliche Eigenschaften:

- (1) er besteht nur aus Fünf- und Sechsecken,
- (2) jedes Fünfeck grenzt nur an Sechsecke, und
- (3) die Seiten jedes Sechsecks grenzen abwechselnd an Fünf- und Sechsecke.

Aus diesem Grund definieren wir einen Fußball als ein beliebiges sphärisches Polyeder mit den Eigenschaften (1), (2) und (3). Wir denken uns die Fünfecke schwarz und die Sechsecke weiß (was am Prinzip nichts ändert). Damit ist der Standardfußball mit der vertrauten Musterung auch in dem soeben definierten Sinn ein Fußball, allerdings nicht der einzig mögliche. Tatsächlich gibt es unendlich viele!

Um das einzusehen, ist eine Formel hilfreich, die der Schweizer Mathematiker Leonhard Euler (1707–83) entdeckt hat. In jedem sphärischen Polyeder ist die Anzahl  $e$  der Ecken minus die Anzahl  $k$  der Kanten plus die Anzahl  $f$  der Flächen gleich 2:

$$e - k + f = 2.$$

Wir wenden diese Formel, genannt Eulersche Polyederformel, auf ein Polyeder aus  $S$  schwarzen Fünfecken und  $W$  weißen Sechsecken an. In diesem Fall gilt also  $f =$

$S + W$ . Die Fünfecke haben insgesamt  $5S$  Kanten und die Sechsecke  $6W$ . Beides zusammen wäre die Gesamtzahl der Kanten — nur haben wir jede Kante doppelt gezählt, nämlich bei beiden Flächen, zu denen sie gehört. Zum Ausgleich teilen wir durch 2. Die Anzahl der Kanten ist somit

$$k = \frac{5S + 6W}{2}.$$

Schließlich sind die Ecken zu zählen. Die Fünfecke haben zusammen  $5S$  und die Sechsecke  $6W$  Ecken. Für einen mathematischen Fußball ist die Anzahl der Flächen, die sich in einer Ecke treffen, nicht festgelegt, aber 3 müssen es mindestens sein. In der Summe  $5S + 6W$  ist also jede Ecke mindestens dreimal gezählt; wir teilen zum Ausgleich durch 3 und erhalten

$$e \leq \frac{5S + 6W}{3}.$$

Setzen wir in die Eulersche Formel ein, so heben sich die Beiträge von  $W$  gegenseitig auf. Übrig bleibt die Ungleichung  $S \geq 12$ . Somit enthält jeder Fußball mindestens 12 Fünfecke.

Durch die Kombination der Bedingungen (2) und (3) bestimmt die Anzahl der Fünfecke die der Sechsecke und umgekehrt. Dazu zählen wir die Kanten, an denen Fünf- und Sechsecke zusammenstoßen. Nach Bedingung (2) sind alle Kanten von Fünfecken auch Kanten von Sechsecken, und nach Bedingung (3) ist jede zweite Sechseckkante gleichzeitig Kante eines Fünfecks. Daraus folgt  $6W/2 = 5S$ , also  $3W = 5S$ . Wegen  $S \geq 12$  ist  $W \geq 20$ . Diese Mindestwerte werden vom Standardfußball realisiert, und diese Realisierung ist wegen der Bedingungen (2) und (3) kombinatorisch eindeutig. Allerdings hat die Gleichung  $3W = 5S$  unendlich viele weitere ganzzahlige Lösungen; entsprechen diese Fußballpolyeder? Es wird sich zeigen, dass dies genau für diejenigen

Lösungen der Fall ist, bei denen  $W$  ein Vielfaches von 20 und  $S$  ein Vielfaches von 12 ist. Es gibt also wirklich eine unendliche Schar von Fußbällen.

Fügt man übrigens zu den definierenden Eigenschaften (1), (2) und (3) noch die Bedingung

(4) an jeder Ecke treffen sich genau drei Kanten

hinzu, so wird aus der Ungleichung  $e \leq \frac{5S+6W}{3}$  die Gleichung  $e = \frac{5S+6W}{3}$ , woraus sich die eindeutige Lösung  $S = 12$  und  $W = 20$ , also der Standardfußball, ergibt.

## Neue Fußbälle aus alten

Kommen wir zur eigentlichen Frage: Welche weiteren Fußbälle gibt es außer dem Standardfußball, und wie können wir sie verstehen? Es stellt sich heraus, dass man durch eine topologische Konstruktion namens „verzweigte Überlagerung“ aus einem Fußball einen anderen machen kann. Dabei gibt es für diese Konstruktion unendlich viele Möglichkeiten, die unendlich viele verschiedene Fußbälle liefern.

Was ist eine verzweigte Überlagerung?

Stellen Sie sich das Muster eines Fußballs, zum Beispiel des Standardfußballs, auf die Erdoberfläche aufgetragen vor, und zwar so, dass eine Ecke auf den Nordpol und eine andere auf den Südpol fällt (a). Nun verzerren Sie das Muster so, dass einer der (Zickzack-) Wege, die an den Kanten entlang von Pol zu Pol führen, begradigt wird und auf einen Längengrad



Abb. 2 a, b

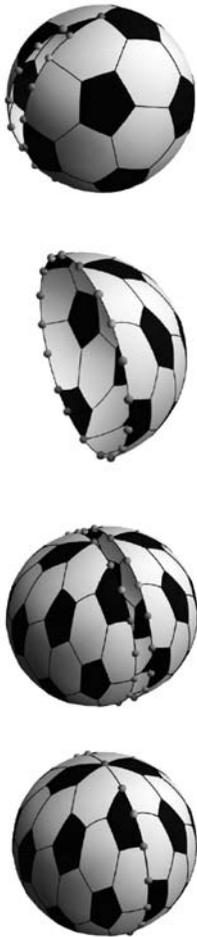


Abb. 2 c,d,e,f

zu liegen kommt, zum Beispiel den Nullmeridian (b). Als nächstes schneiden Sie in Gedanken mit einem Messer entlang der soeben begründeten Linie von Pol zu Pol und ziehen die derart aufgeschlitzte Erdoberfläche in Ost–West–Richtung zusammen (c), bis sie nur noch die Hälfte der Kugel bedeckt, zum Beispiel die östliche Halbkugel (d). Fertigen Sie schließlich eine Kopie dieser zusammengestauchten Fläche an und drehen Sie sie um die Erdachse, bis sie die westliche Halbkugel bedeckt (e). Dann passen die Fußballmuster der beiden Stücke zusammen, so dass man sie zu einem neuen Fußball zusammennähen kann (f). An den beiden vom Nord– zum Südpol verlaufenden Nähten treffen sich nämlich Teilstücke — eins vom Original, eins von der Kopie —, die genauso aussehen wie die Teilstücke, die wir durch Aufschlitzen voneinander getrennt haben. Das Ergebnis ist ein Fußball mit doppelt so vielen Fünf- und Sechsecken wie zuvor.

Man bezeichnet den so konstruierten Fußball als zweiblättrige verzweigte Überlagerung des ursprünglichen Fußballs; die Pole heißen Verzweigungspunkte. Wenn man

den neuen Ball nur lokal betrachtet, das heißt den Blick nur auf einzelne Ecken und deren Umgebungen richtet, sieht er topologisch genauso aus wie der alte, außer an den Verzweigungspunkten. An diesen beiden Ecken stoßen jetzt 6 statt 3 Flächen zusammen; an den übrigen 116 Ecken (den 58 Ecken, die nicht auf die Pole gelegt wurden, und ihren Kopien) treffen sich wie zuvor jeweils 3 Flächen.

Es gibt nun eine nahe liegende Variante dieser Konstruktion. Man ziehe die geschlitzte Erdoberfläche nicht nur auf die Hälfte, sondern auf ein Drittel, Viertel, ...,  $d$ -tel zusammen, so dass sie wie ein Stück Melonenschale aussieht (die Melone wurde in  $d$  Teile zerschnitten), und lege dann  $d$  Exemplare dieses Schalenstücks um die Erde. Wieder lassen sich alle Stücke so zusammennähen, dass ein Fußballmuster entsteht. Das ist eine  $d$ -blättrige verzweigte Überlagerung. Für große Werte von  $d$  sind die Fünf- und Sechsecke zwar bis zur Unkenntlichkeit verzerrt, aber das macht nichts: auf Längen und Winkel kommt es in der Topologie nicht an.

Aber erreicht man durch diese Konstruktion jeden überhaupt denkbaren Fußball? Überraschenderweise ja. V. Braungardt und ich haben bewiesen, dass jeder Fußball eine verzweigte Überlagerung des Standardfußballs ist [1]. Allerdings kommen dabei auch etwas allgemeinere Überlagerungen vor, als die hier geschilderten zyklischen Überlagerungen.

## Jenseits von Fünf- und Sechsecken

Das Verallgemeinern liegt dem Mathematiker im Blut. Kaum hat er ein Ergebnis, schaut er nach, welche der verwendeten Voraussetzungen er wirklich braucht und welche vielleicht entbehrlich sind. In unserem Fall stellt sich rasch heraus, dass wir von der Tatsache, dass Fußbälle aus Fünf-

und Sechsecken bestehen, kaum Gebrauch gemacht haben. Führen wir also verallgemeinerte Fußbälle ein!

Das sind Polyeder, die immer noch Flächen zweier Art haben, schwarze mit je  $s$  Kanten und weiße mit je  $w$  Kanten. Aber wir bestehen nicht mehr darauf, dass  $s = 5$  und  $w = 6$  ist. Allerdings sollen immer noch die schwarzen Flächen nur zu weißen Flächen benachbart sein, und an den Kanten weißer Flächen abwechselnd schwarze und weiße Flächen anliegen — woraus folgt, dass  $w$  eine gerade Zahl ist.

Wir können noch einen Schritt weiter gehen, indem wir verlangen, dass eine weiße Fläche nur an jeder  $n$ -ten Kante eine schwarze Fläche trifft und dass alle übrigen benachbarten Flächen weiß sind. Dann muss  $w$  ein Vielfaches von  $n$  sein, das heißt  $w = m \cdot n$  für eine ganze Zahl  $m$ . Nach wie vor sollen schwarze Flächen nur an weiße grenzen.

Das Farbschema eines derart verallgemeinerten Fußballs wird also durch das Tripel  $(s, m, n)$  von ganzen Zahlen beschrieben; dabei ist  $s$  die Anzahl der Kanten einer schwarzen Fläche,  $w = m \cdot n$  die Anzahl der Kanten einer weißen Fläche und genau jede  $n$ -te Kante einer weißen Fläche grenzt an eine schwarze. Welche Kombinationen von  $s$ ,  $m$  und  $n$  sind überhaupt möglich? Die Antwort hängt eng mit den regulären Polyedern zusammen.

Die Polyeder mit der größtmöglichen Symmetrie sind die platonischen Körper: Alle ihre Flächen sind gleichseitige Polygone mit der gleichen Anzahl von Kanten, und an jeder Ecke des Polyeders treffen sich gleich viele Flächen. Euklid hat in seinen „Elementen“ bewiesen, dass es nur fünf solche Polyeder gibt: das Tetraeder, das Oktaeder, den Würfel, das Ikosaeder und das Dodekaeder.

Heutzutage wissen wir, dass der Beweis nicht von der metrischen Eigenschaft der „Gleichseitigkeit“ abhängt. Das folgende topologische Argument, das nur die Eulersche Polyederformel benutzt, zeigt, dass es neben den fünf genannten Polyedern keine weitere Möglichkeit gibt.

Jeder platonische Körper wird durch zwei Zahlen beschrieben: die Anzahl  $K$  der Ecken jeder Fläche und die Anzahl  $M$  der Flächen, die sich in jeder Ecke treffen. Ist  $f$  die Anzahl der Flächen, dann gilt für die Gesamtzahl der Kanten  $k = Kf/2$  und für die Anzahl der Ecken  $e = Kf/M$ . Setzen wir diese Werte in die Eulersche Formel  $e - k + f = 2$  ein, so führen elementare Umformungen auf die Gleichung

$$\frac{1}{Kf} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2K} + \frac{1}{2M}.$$

Die möglichen Lösungen lassen sich leicht bestimmen. Für das Zahlenpaar  $(K, M)$  kommen die nur die folgenden Werte in Frage:

- $(3, 3)$  (ergibt das Tetraeder),
- $(4, 3)$  (ergibt den Würfel), und  $(3, 4)$  (ergibt das Oktaeder),
- $(5, 3)$  (ergibt das Dodekaeder), und  $(3, 5)$  (ergibt das Ikosaeder).

Hinzu kommen die Möglichkeiten  $K = 2$  und  $M$  beliebig sowie  $M = 2$  und  $K$  beliebig. Sie sind nicht durch Polyeder im üblichen Sinn realisierbar, aber der erste Fall entspricht  $M$  Zweiecken in Form von Melonenschalenstücken, die sich sämtlich an zwei Punkten treffen. Der amerikanische Football ist nach diesem Muster genäht.

## Konstruktion verallgemeinerter Fußbälle

Damit haben wir einen vollständigen Überblick über die Polyeder, die nur eine Art Flächen (nämlich  $K$ -Ecke) und nur eine

Art Ecken (nämlich solche mit  $M$  Flächen) haben. Was wir suchen, sind aber Polyeder mit genau zwei Arten Flächen — schwarze und weiße —, die noch gewisse Zusatzbedingungen erfüllen. Man kann solche aus regulären Polyedern herstellen. Eine mögliche Konstruktion ist das Entecken oder Abstumpfen. Man schneidet einem regulären Polyeder alle Ecken mitsamt etwas Umgebung ab. Was dabei von den Flächen des ursprünglichen Polyeders übrig bleibt, bildet die eine Art Flächen, die andere Art sind die Schnittflächen.

Für das Ikosaeder sieht das so aus: An jeder seiner zwölf Ecken kommen fünf Flächen zusammen. Durch Abschneiden jeder Ecke entsteht ein Fünfeck, und die zwanzig Dreiecke werden zu Sechsecken zurechtgestutzt (Abb. 3). Die Kanten jedes Sechsecks sind im Wechsel die Überreste der ursprünglichen Ikosaederkanten und die neu entstandenen Kanten zu den Schnittflächen. Mit den Kanten der ersten Art grenzt das Sechseck an ein weiteres Sechseck, mit denen der zweiten Art an ein Fünfeck. Das ist nichts anderes als der Standardfußball. Mathematiker nennen ihn Ikosaederstumpf.

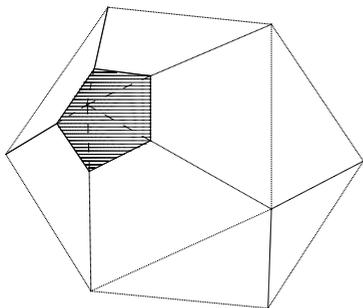


Abb. 3 Jeder platonische Körper wird durch Entecken (Abstumpfen) zu einem verallgemeinerten Fußball. Aus dem Ikosaeder entsteht der Standardfußball.

Dieselbe Prozedur ist auch auf die übrigen

platonischen Körper anwendbar. So besteht der Tetraederstumpf aus Drei- und Sechsecken, wobei die Dreiecke nur an Sechsecke grenzen und die Sechsecke abwechselnd an Drei- und Sechsecke. Es handelt sich um einen verallgemeinerten Fußball mit  $s = 3$ ,  $m = 3$ ,  $n = 2$  (und  $w = m \cdot n = 6$ ). Der Ikosaederstumpf (Standardfußball) hat  $s = 5$ ,  $m = 3$  und  $n = 2$ . Die übrigen Abstumpfungen ergeben  $(s, m, n) = (4, 3, 2)$  für das Oktaeder,  $(3, 4, 2)$  für den Würfel,  $(3, 5, 2)$  für das Dodekaeder sowie  $(s, 2, 2)$  mit beliebigem  $s > 2$  für den entsprechenden amerikanischen Football.

Sind das die einzigen Möglichkeiten für verallgemeinerte Fußballmuster oder gibt es weitere? Wiederum können wir die Frage mit Hilfe der Eulerschen Formel beantworten. Genau wie bei den platonischen Körpern können wir die Anzahl der Flächen, Kanten und Ecken durch die Daten des Musters ausdrücken, und zwar hier die Anzahl  $S$  der schwarzen Flächen, die Anzahl  $W$  der weißen Flächen und die Parameter  $s$ ,  $m$  und  $n$ . Diesmal ist die Anzahl der Flächen, die sich in einer Ecke treffen, nicht festgelegt; sie muss aber wie oben mindestens 3 sein. Daraus ergibt sich die folgende Bedingung an die Daten des Musters:

$$\frac{1}{sS} + \frac{n+1}{12} \leq \frac{1}{2s} + \frac{1}{2m}.$$

Das sieht kompliziert aus, lässt sich jedoch leicht analysieren, ähnlich der Gleichung, die auf die platonischen Körper führt. Es ist nicht schwer zu zeigen, dass  $n$  höchstens 6 sein kann, weil sonst die linke Seite größer als die rechte würde. Mit etwas mehr Aufwand kann man eine vollständige Liste aller möglichen Lösungen aufstellen.

Allerdings ist die Arbeit damit noch nicht getan. Es gibt Tripel wie etwa  $(s, m, n) = (4, 4, 1)$ , welche die Ungleichung für geeig-

## Die Klassifizierung der verallgemeinerten Fußbälle

Typ	$s$	$m$	$n$	minimale Realisierung	$S$	$W$
1	3	3	1	Oktaeder	4	4
2	3	4	1	Kuboktaeder	8	6
3	4	3	1	Kuboktaeder	6	8
4	3	5	1	Ikosidodekaeder	20	12
5	5	3	1	Ikosidodekaeder	12	20
6	3	3	2	Tetraederstumpf	4	4
7	3	4	2	Würfelstumpf	8	6
8	4	3	2	Oktaederstumpf	6	8
9	3	5	2	Dodekaederstumpf	20	12
10	5	3	2	Ikosaederstumpf = Standardfußball	12	20
11	$\geq 3$	2	2	$s$ -seitiges Prisma	2	$s$
12	3	2	3	entkantetes Tetraeder	4	6
13	4	2	3	entkanteter Würfel	6	12
14	5	2	3	entkantetes Dodekaeder	12	30
15	$\geq 3$	1	3	$s$ -seitige Pyramide	1	$s$
16	$\geq 3$	1	4	$s$ -seitiges Doppelprisma	2	$2s$
17	$\geq 3$	1	5	verdrehtes $s$ -seitiges Doppelprisma	2	$2s$
18	3	1	6	bekränktes Tetraeder	4	12
19	4	1	6	bekränkter Würfel	6	24
20	5	1	6	bekränktes Dodekaeder	12	60

Ein verallgemeinerter Fußball ist ein sphärisches Polyeder mit zwei Arten Flächen: schwarzen mit  $s$  Seiten und weißen mit  $w = m \cdot n$  Seiten, wobei genau jede  $n$ -te Seite einer weißen Fläche an eine schwarze grenzt.

Die Tabelle führt alle Tripel  $(s, m, n)$  auf, die für verallgemeinerte Fußbälle vorkommen können. Jeder der hier aufgeführten zwanzig Typen enthält außer dem in der Tabelle genannten Exemplar mit der kleinstmöglichen Anzahl  $S$  schwarzer Flächen (und der zugehörigen Anzahl  $W$  an weißen Flächen) unendlich viele Realisierungen mit größeren Flächenzahlen.

Die minimalen Realisierungen der Typen 12 bis 14 werden durch Entkanten aus platonischen Körpern hergestellt. Dabei schneidet man, analog zum Abschneiden der Ecken beim Abstumpfen, Umgebungen ganzer Kanten ab (das Messer wird parallel zur Kante geführt). Insgesamt wird jede Fläche des Polyeders zu einer kleineren Version ihrer selbst und jede Kante zu einem Sechseck. Alternativ kann man das entkantete Tetraeder (12) konstruieren, indem man den Würfel an vier Ecken abstumpft, von denen keine zwei benachbart sind.

Die minimalen Realisierungen der Typen 18 bis 20 entstehen aus platonischen Körpern, indem man jede Seitenfläche mit einem Kranz von Sechsecken umgibt, und zwar so, dass jede Ecke des neuen Polyeders dreizählig wird. Das bekränkte Tetraeder (18) kann man auch direkt aus dem Dodekaeder konstruieren, indem man vier geeignet gewählte Ecken abstumpft.

nete Werte von  $S$  erfüllen, ohne dass sich entsprechende verallgemeinerte Fußbälle konstruieren ließen. Braungardt und ich haben die Tripel  $(s, m, n)$  bestimmt, die durch verallgemeinerte Fußbälle realisiert werden [1] (siehe die Tabelle auf der vorherigen Seite; zwei Muster, das entkantete und das bekränzte Dodekaeder sind in Abb. 4 und 5 dargestellt). Für  $n = 2$  sind die kleinsten Realisierungen aller Muster abgestumpfte platonische Körper. Wir können sogar alle verallgemeinerten Fußbälle mit  $n = 2$  charakterisieren: sie sind verzweigte Überlagerungen abgestumpfter platonischer Körper. Doch verfügen wir über kein einfaches Verfahren, das sämtliche verallgemeinerten Fußbälle mit  $n > 2$  hervorbringt.



Abb. 4 Entkantetes Dodekaeder, Typ 14

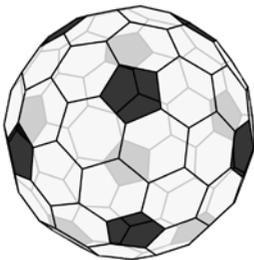


Abb. 5 Bekränztes Dodekaeder, Typ 20

## Coda

Sie werden es schon geahnt haben: das Ziel unserer Überlegungen war es nicht wirk-

lich, Spielgeräte herzustellen. Von unserem Standpunkt aus sind unter anderen die Fußbälle besonders interessant, mit denen man gar nicht richtig spielen kann: sie haben die Form eines Torus, einer Brezel oder einer Oberfläche mit noch mehr Löchern.

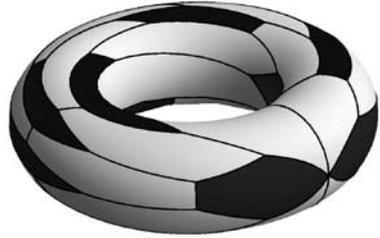


Abb. 6 Fußball-Torus

Denn jede dieser Flächen ist — in einem etwas verallgemeinerten Sinn — eine verzweigte Überlagerung der Kugeloberfläche. Unsere Konstruktionen für Fußballmuster lassen sich also auf diese Flächen übertragen. Dies ist nur ein sehr einfaches Beispiel für die engen Beziehungen zwischen Graphen auf Flächen und verzweigten Überlagerungen, die in der modernen algebraischen Geometrie eine wesentliche Rolle spielen. Aber das ist eine andere Geschichte.

## Literatur

- [1] V. Braungardt und D. Kotschick, *Die Klassifikation von Fußballmustern*, Math. Semesterber. 54 (2007), 53–68. DOI 10.1007/s00591-007-0015-1

## Danksagung

Dieser Beitrag ist eine überarbeitete und stark gekürzte Version eines Artikels, der ursprünglich im Spektrum der Wissenschaften (Juli 2006) publiziert wurde. Ich danke V. Braungardt und A. Jackson für ihre Hilfe und D. Rost und E. Schörner für die Überarbeitung. Weiterhin möchte ich M. Trott für die Erlaubnis danken, seine Mathematica-Bilder zu benutzen.

MÜNCHENER RÜCK. GEMEINSAM ZUKUNFT GESTALTEN.

# Traineeprogramm Rückversicherung

für Wirtschaftswissenschaftler, (Wirtschafts-)Mathematiker, Juristen, Wirtschaftsingenieure (m/w)\*



**IHRE AUFGABEN:** In unserem Traineeprogramm mit Schwerpunkt Risiko-Underwriting erarbeiten Sie sich in 18 Monaten Ihr persönliches Fundament für eine spannende und abwechslungsreiche Tätigkeit im Kerngeschäft der Münchener Rück. Oder Sie bringen Ihr Talent auf einzelnen Traineestellen in den Bereichen Accounting, Controlling, Investments ein. Im Training on the Job, durch Ausbildungsaufenthalte in Schnittstellenbereichen und in Seminaren bilden Sie Ihre Fach-, Sozial- und Methodenkompetenz aus und vernetzen sich im Unternehmen. Während eines mehrwöchigen Einsatzes im Ausland erweitern Sie zudem Ihre interkulturellen Fähigkeiten.

**IHRE KOMPETENZEN:** Sie haben Ihr Studium, gerne auch einen Bachelor- oder Masterstudiengang, sehr gut abgeschlossen und möglichst mit entsprechenden Praktika in der Versicherungs-/Finanzdienstleistungsbranche bzw. in den Bereichen Accounting, Controlling, Investments abgerundet. Erste internationale Erfahrungen haben Sie bereits gesammelt. Es macht Ihnen Freude, komplexe Themen vertiefend zu erarbeiten. Sie überzeugen mit hervorragenden Englischkenntnissen und idealerweise einer weiteren Fremdsprache sowie durch kommunikative Kompetenz, analytische Stärke und empathisches Gespür. Ihr Wissen können Sie schnell in neue Situationen transferieren.

**GEMEINSAM PROFITIEREN WIR:** Mit mehr als 7.000 Mitarbeitern an über 50 Standorten rund um den Globus sind wir einer der international führenden Risikoträger im Bereich Rückversicherung. Ob Informations- oder Gentechnologie, Raumfahrt, Maschinenbau, Naturgefahren oder Fußballweltmeisterschaft: Für die Münchener Rück gibt es kaum einen Bereich der Wirtschaft oder des täglichen Lebens, in dem sie nicht aktiv ist. Unsere

Kunden vertrauen auf unsere Finanzkraft und die Kompetenz unserer Mitarbeiter. Für die Entfaltung Ihres persönlichen Potenzials finden Sie bei uns beste Voraussetzungen. Bitte informieren Sie sich über unser Traineeprogramm und unser Auswahlverfahren auf unseren Karriereseiten unter [www.munichre.com/trainee](http://www.munichre.com/trainee). Wir freuen uns auf Ihre Bewerbung. Nutzen Sie bitte hierfür unser Onlineformular.

Weitere Informationen: [www.munichre.com](http://www.munichre.com)



Münchener Rück  
Munich Re Group

\*In Veröffentlichungen der Münchener Rück wird in der Regel aus Gründen des Leseflusses die männliche Form von Personenbezeichnungen verwendet. Damit sind grundsätzlich Bewerberinnen und Bewerber gemeint.