

## Übungen zu Analysis I (für Mathematiker)

1. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig, nicht konstant, und es gelte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

Zeigen Sie, dass  $f$  ein Maximum oder ein Minimum hat. (4 Punkte)

2. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x) = \sqrt{|x|}.$$

Zeigen Sie, dass  $f$  gleichmäßig stetig ist. (4 Punkte)

3. (a) Sei  $a > 0$ . Bestimmen Sie

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{a}}{x - a}$$

- (b) Seien  $a, b > 0$ . Bestimmen Sie

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{(x+a)(x+b)} - x \right)$$

(4 Punkte)

4. Bestimmen Sie den Konvergenzradius von

$$(a) \quad \sum_{k=0}^{\infty} k^2 x^k, \quad (b) \quad \sum_{k=0}^{\infty} 2^k x^k$$

$$(c) \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{(2k+7)!} x^k$$

(6 Punkte)

**Abgabetermin: Montag, den 21. Dezember 2009, 14.30 Uhr**  
(Gekennzeichneter Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek).