

Übungen zu Analysis I (für Mathematiker)

1. Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1 + x - x^2}{1 - x + x^2}$

(b) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

(4 Punkte)

2. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = x \cdot |x|.$$

Bestimmen Sie die Ableitung von f .

(4 Punkte)

3. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ in a differenzierbar. Weiterhin sei $f(a) \geq f(x)$ für alle $x \geq a$.

Zeigen Sie, dass $f'(a) \leq 0$.

(4 Punkte)

4. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und beschränkt (d.h. es existiert ein $c \in \mathbb{R}$ mit $|f(x)| \leq c$ für alle $x \in \mathbb{R}$).

Zeigen Sie, dass es eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gibt mit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f'(a_n) = 0.$$

(4 Punkte)

Abgabetermin: Montag, den 25. Januar 2010, 14.30 Uhr
(Gekennzeichneter Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek).