



Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Sommersemester 2010
17. Mai 2010

Topologie und Differentialrechnung mehrerer Variablen

Übungsblatt 5

Aufgabe 1: Sei X ein metrischer Raum, und seien $U, V \subseteq X$ offene Mengen. Zeigen Sie, dass $U \cap V$ eine offene Menge ist.

Aufgabe 2: Für $n \in \mathbb{N}$ sei

$$a_n = \left(\frac{1}{n+1}, 2, \cos \left(\frac{1}{n+1} \right) \right).$$

Bestimmen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Aufgabe 3: Sei $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ eine Folge aus \mathbb{R}^n . Für $k \in \mathbb{N}$ sei

$$a_k = (a_{k1}, \dots, a_{kn}).$$

Zeigen Sie: $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ ist beschränkt genau dann, wenn für alle $1 \leq l \leq n$ die Folge $(a_{kl})_{k \in \mathbb{N}}$ beschränkt ist.

Aufgabe 4: Sei X ein metrischer Raum, und sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Cauchy-Folge aus X . Weiterhin sei a ein Häufungspunkt von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Zeigen Sie, dass $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen a konvergiert.

Abgabe ab dem 25. Mai 2010 in den Tutorien.