Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler

Wintersemester 2008/2009
20. Februar 2009

# Mathematik I für Physiker

## Klausur

Matrikelnummer: ____________________

Nachname: ____________________

Vorname: ____________________

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | | | | | | | |

Name: ______________________________________________

**Aufgabe 1:** Stelle die folgenden komplexen Zahlen in der Form $re^{i\varphi}$ mit $r \in \mathbb{R}^+$ und $\varphi \in [0, 2\pi)$ (Polarkoordinaten) dar:

(a) $$\frac{(2+2i)^2}{2i}$$ (b) $$2i(2+2i)$$

[4+4 Punkte]

Name: ______________________________

**Aufgabe 2:** Die Fibonacci-Zahlen $F_n$ für $n \in \mathbb{N}$ sind definiert durch:

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1 \quad \text{und} \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \text{ für } n \in \mathbb{N}.$$

Beweise mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

(a) $$\sum_{k=0}^{n} kF_k = nF_{n+2} - F_{n+3} + 2$$

(b) $$\sum_{k=0}^{n} F_{2k+1} = F_{2n+2}$$

[4+4 Punkte]

Name: ______________________________

**Aufgabe 3:** Berechne folgende Grenzwerte oder beweise, dass sie nicht existieren:

(a) $$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}\cos\left(\frac{6+9n+4n^2}{2n+2}\pi\right)$$

(b) $$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt[k]{\frac{1}{k}\cdot\frac{2}{k}\cdots\frac{k}{k}}$$

[4+4 Punkte]

Name: ____________________________________________

**Aufgabe 4:** Bestimme das Taylorpolynom dritten Grades $T_3(f, 0)$ der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit Entwicklungspunkt 0:

(a) $f(x) = \sin(x^5)$ (b) $f(x) = e^{-x^2}$

[4+4 Punkte]

Name: ______________________________

**Aufgabe 5:** Berechne die folgenden Integrale:

(a) $$\int_0^{\pi^2} \sin\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$$ (b) $$\int_0^{\infty} e^{-x}\sin(2x)\,\mathrm{d}x$$

[4+4 Punkte]

Name: ____________________

**Aufgabe 6:** Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Setze

$$A \quad = \quad \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\}.$$

Zeige, dass die Menge $A$ abgeschlossen ist. [8 Punkte]

Name: ______________________________________________

Name: ______________________________

Name: ______________________________