Mathematisches Institut
der Universität München

Wintersemester 2008/2009

Mathematik I für Physiker

Übungsblatt 8

Prof. Dr. H.-D. Donder

Aufgabe 1: Die Funktionen Sinus Hyperbolicus und Kosinus Hyperbolicus sind definiert wie folgt:

$$\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$
$$\cosh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Zeige:

(a) $\cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$ und
$\sinh(x+y) = \cosh(x)\sinh(y) + \sinh(x)\cosh(y)$

(b) $\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1$

Aufgabe 2: Bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \left((-1)^k - 1\right) k^k x^k$ (b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} 2^k x^k$

(c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} k! x^k$ (d) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{k^2} x^k$

Aufgabe 3: Berechne die folgenden Grenzwerte für $r > 0$:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^r}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x^r}$

Aufgabe 4: Bestimme das Konvergenzverhalten der Folge $\left(\sqrt[k]{k!}\right)_{k\in\mathbb{N}}$.
Hinweis: Betrachte zunächst die Folge $\left(\ln \sqrt[k]{k!}\right)_{k\in\mathbb{N}}$.