

Mathematik I für Physiker

Übungsblatt 4

Prof. Dr. H.-D. Donder

Aufgabe 1: Bestimme, falls existent, die Grenzwerte von:

- (a) $\left(\frac{6n^7 + 8n^3 + 99}{3n^7 + 99n^5 + 4n} \right)_{n \in \mathbb{N}}$
- (b) $\left(\frac{n + 2^n + 5}{2n + 5 - 2^{n+1}} \right)_{n \in \mathbb{N}}$
- (c) $\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right)_{n \in \mathbb{N}}$
- (d) $\left(\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n} \right)_{n \in \mathbb{N}}$

Aufgabe 2: Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $a = \sup(M)$. Zeige, dass es eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gibt, deren Glieder a_n alle in M liegen und die gegen a konvergiert.

Aufgabe 3: Beweise: Eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert genau dann gegen $a \in \mathbb{R}$, wenn jede Teilfolge von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine gegen a konvergente Teilfolge besitzt.

Aufgabe 4: Finde Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, so dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty \quad \text{und:}$$

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 5$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \infty$
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = -\infty$
- (d) $(a_n b_n)$ ist beschränkt aber konvergiert nicht.