

# Mathematik I für Physiker

## Übungsblatt 3

Prof. Dr. H.-D. Donder

**Aufgabe 1:** Beweise oder widerlege, dass diese Folgen konvergieren:

(a)  $\left((-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}\right)_{n \in \mathbb{N}}$

(b)  $\left(\frac{n}{2^n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$

**Aufgabe 2:** Seien  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine gegen 0 konvergente Folge und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  beschränkt. Zeige, dass  $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegen 0 konvergiert.

**Aufgabe 3:** Für welche Werte von  $q \in \mathbb{R}$  konvergiert die Folge  $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ ?

**Aufgabe 4:** Der Goldene Schnitt  $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618\dots$  ist diejenige positive Zahl, die die Gleichung  $\varphi^2 = \varphi + 1$  erfüllt.

(a) Zeige mit vollständiger Induktion, dass für die  $n$ -te Fibonacci-Zahl gilt:

$$F_n = \frac{\varphi^n - (1 - \varphi)^n}{\sqrt{5}}$$

(b) Folgere hieraus:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \varphi$$