Mathematisches Institut
der Universität München

Wintersemester 2008/2009

# Mathematik I für Physiker

## Übungsblatt 2

Prof. Dr. H.-D. Donder

**Aufgabe 1:** Beweise oder widerlege durch Angabe eines Gegenbeispiels, dass für alle nach oben beschränkten Mengen $A$ und $B$ mit $A \cap B \neq \emptyset$ gilt:

(a) $\sup(A \cup B) = \max\{\sup A, \sup B\}$

(b) $\sup(A \cap B) = \min\{\sup A, \sup B\}$

**Aufgabe 2:** Seien $A$ und $B$ zwei nicht leere, nach oben beschränkte Mengen und sei $c \geq 0$ eine reelle Zahl. Setze $A + B = \{a + b \mid a \in A \text{ und } b \in B\}$, sowie $cA = \{ca \mid a \in A\}$. Zeige:

(a) $\sup(cA) = c \sup A$

(b) $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$

**Aufgabe 3:** Zeige für alle natürlichen Zahlen $n \neq 3$:

$$n^2 \leq 2^n$$

**Aufgabe 4:** Die Fibonacci-Zahlen $F_n$ seien wie auf Blatt 1 definiert. Beweise die folgende Gleichung für alle natürlichen Zahlen $n$:

$$F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n$$