Mathematisches Institut
der Universität München

Wintersemester 2008/2009

Mathematik I für Physiker

Übungsblatt 13

Prof. Dr. H.-D. Donder

Aufgabe 1: Berechne die folgenden Taylor-Polynome:

(a) $T_3(\tan, 0)$ (b) $T_2(f, 1)$ mit $f(x) = \frac{1}{x}$

(c) $T_4(\exp, 1)$ (d) $T_3(\text{sinc}, 0)$

Aufgabe 2: Auch für komplexe Zahlen $z \in \mathbb{C}$ definieren wir:

$$\sinh : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \qquad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \qquad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Zeige für alle $x \in \mathbb{R}$:

$$\sinh(ix) = i \sin(x) \quad \text{und} \quad \cosh(ix) = \cos(x)$$

Aufgabe 3: Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{i^k}{k}$ (b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^k$

(c) $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(k)} \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^k$ (d) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} k^2 \left(\frac{1-i}{2+i}\right)^k$

Aufgabe 4: Bestimme die Taylorpolynome $T_n(\ln, 1)$ des natürlichen Logarithmus mit Entwicklungspunkt 1 und zeige, dass für jedes $x \in (0, 2)$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\ln^{(k)}(1)}{k!}(x-1)^k = \ln(x)$$