Mathematisches Institut
der Universität München

Wintersemester 2008/2009

Mathematik I für Physiker

Übungsblatt 11

Prof. Dr. H.-D. Donder

Aufgabe 1: Berechne die folgenden Integrale:

(a) $\int_{-1}^{1} \cosh(x)\mathrm{d}x$ (b) $\int_{0}^{\pi} \sin(x)\mathrm{d}x$

(c) $\int_{1}^{2} \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ (d) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x$

(Hinweis zu (d): Aufgabe 2 auf Blatt 10!)

Aufgabe 2: Beweise oder widerlege, dass die folgenden Funktionen Regelfunktionen sind:

(a) $f : [0,1] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^5 - x^2$

(b) $g : [0,1] \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$

(c) $h : [0,1] \to \mathbb{R}, \quad h(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{falls } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

Hierbei ist $\lfloor y \rfloor$ definiert als die größte natürliche Zahl n mit $n \leq y$. Für positives $y \in \mathbb{R}$ ist $\lfloor y \rfloor$ also einfach der ganzzahlige Anteil von y.

Aufgabe 3: Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebige Funktion und $g : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Treppenfunktion. Zeige, dass dann die Funktion

$$f \circ g : [a,b] \to \mathbb{R}, \quad f \circ g(x) = f(g(x))$$

ebenfalls eine Treppenfunktion ist.

Aufgabe 4: Zeige, dass die Funktion

$$f : [0,1] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

differenzierbar, f' aber keine Regelfunktion ist.