Prof. Dr. Lars Diening
Roland Tomasi
Giovanni Placini 03.11.2014

Maß- und Integralrechnung

Tutoriumsblatt 4

Aufgabe 1:
Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ monoton steigend. Zeigen Sie, dass f Borel-messbar ist.

Aufgabe 2:
Sei $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to \overline{\mathbb{R}}$, $f(x) := \tan x$ mit $\tan(\pm\frac{\pi}{2}) := \pm\infty$. Zeigen Sie, dass f ein Homöomorphismus ist, d.h. f ist stetig, bijektiv und f^{-1} ist stetig. Folgern Sie, dass $\overline{\mathbb{R}}$ kompakt ist.

Aufgabe 3:
Gegeben seien $a_0 := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_1 := \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $a_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

(a) Bestimmen Sie die Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, x \mapsto f(x)$ welche das Einheitsdreieck $\hat{T}$ mit Eckpunkten $e_0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $e_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf das Dreieck T mit den Eckpunkten a_0, a_1 und a_2 abbildet.

(b) Bestimmen Sie dass 2-dimensionale Lebesgue-Maß des Dreiecks mit den Eckpunkten $\{a_0, a_1, a_2\}$.