

Übungen zur mathematische und statistische Methoden für Pharmazeuten

Frau Dr. S. Carr

Blatt 6

Aufgabe 36. Man gebe jeweils die maximalen Definitionsbereiche der folgenden Funktionen an und bestimme ihre Ableitungen.

$$\begin{aligned}
 a) \quad f(x) &= \frac{x^2}{3} - \frac{2}{x^3} & \text{und} & & g(x) &= \frac{2+x}{1+x^2} & \text{und} & & h(x) &= \frac{1+x^2}{2+x} \\
 b) \quad f(x) &= \frac{2x+3}{4x-5} - \frac{4x+5}{2x-3} & \text{und} & & g(x) &= \frac{x^3+x+1}{x^2+x+1} \\
 c) \quad f(x) &= \frac{e^x-a}{e^x+a} & \text{und} & & g(x) &= \frac{e^x+a}{e^x-a} & \text{für } a > 0
 \end{aligned}$$

Aufgabe 41. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 2x$.

- Man untersuche das Monotonieverhalten von f und bestimme Lage und Art der Extrema von f .
- Man bestimme den Wertebereich W_f der Funktion f .
- Besitzt f Wendepunkte?

Aufgabe 42. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^{2-x}$.

- Man berechne die erste und zweite Ableitungen von f bzgl. x .
- Man bestimme Lage und Art der Extrema von f .
- Man zeige, daß f genau einen Wendepunkt besitzt und bestimme die Gleichung der Wendetangente t .

Aufgabe 43. Augelassen

Aufgabe 44. Man betrachte die Funktion $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

- Man bestimme die Nullstelle von f sowie $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- Man untersuche f auf Monotonie und bestimme Lage und Art des Extremums von f .

- c) Man bestimme den Wendepunkt von f und gebe die Gleichung der Wendetangente an.
- d) Man skizziere den Graphen G_f .
- e) Man entscheide mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse über f , welche der beiden reellen Zahlen 2008^{2009} und 2009^{2008} die größere ist.

Aufgabe 45. Ausgelassen.

Aufgabe 46. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.

- a) Man bestimme das Symmetrieverhalten von f .
- b) Berechnen Sie, daß $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, und bestimmen Sie das Monotonieverhalten sowie Lage und Art des Extremums von f .
- c) Berechnen Sie, daß $f''(x) = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$, und bestimmen Sie das Krümmungsverhalten sowie die beiden Wendepunkte von f .

Aufgabe 47. Ausgelassen

Aufgabe 48. Für den Cholesterinspiegel C im Blut zum Zeitpunkt t [in h] nach der Einnahme einer Mahlzeit gilt

$$C = C_0 + C_1 \left(\frac{1}{1+bt} - \frac{1}{1+at} \right) \text{ für } t \geq 0,$$

wobei C_0 der Cholesterinspiegel vor der Mahlzeit, C_1 eine von der speziellen Mahlzeit abhängige Konstante sowie a und b die Abbaugeschwindigkeit im Magen bzw. in der Leber mit $a > b > 0$ bezeichnen.

- a) Zu welchem Zeitpunkt erreicht der Cholesterinspiegel seinen höchsten Wert?
- b) In einem konkreten Fall sei $C_0 = 160 \text{ mg}/100 \text{ ml}$, $C_1 = 120 \text{ mg}/100 \text{ ml}$ sowie $a = 0,625/\text{h}$ und $b = 0,1/\text{h}$. Erreicht der Cholesterinspiegel Werte von mehr als $200 \text{ mg}/100 \text{ ml}$?

Ausgabe am Montag, 18.11.13. und Lösungen am Montag, 25.11.13.

Übungsblätter, Lösungen und Informationen unter: <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~carr>