

Übungsblatt 1 für Lineare Algebra, Lehramt Gymnasium

PROF. DR. DIRK ANDRÉ DECKERT
Anne Froemel, Phillip Grass, Aaron Schaal

Folgende Aufgaben werden in der Zentralübung am Dienstag, den 10.04.2018 besprochen. Diese Aufgaben sind als Musteraufgaben zu verstehen; Eine Korrektur von Lösungsversuchen der Studierenden zu diesen Aufgaben erfolgt nicht.

Aufgabe 1

Seien $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ und das reelle lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} ax_1 + bx_2 &= e \\ cx_1 + dx_2 &= f \end{aligned} \tag{1}$$

gegeben.

a) Geben Sie an für welche a, b, c, d, e, f das Gleichungssystem (1)

- i) genau eine Lösung
- ii) mehrere Lösungen
- iii) keine Lösung

besitzt.

b) Seien $y_1, y_2, z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ und $(x_1, x_2) = (y_1, y_2)$ sowie $(x_1, x_2) = (z_1, z_2)$ Lösungen des Gleichungssystems (1). Für welche $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ist $(x_1, x_2) = (\alpha y_1 + \beta z_1, \alpha y_2 + \beta z_2)$ Lösung des Gleichungssystems (1), wenn $e = 0 = f$ bzw. $e \neq 0 \vee f \neq 0$?

Aufgabe 2

Für welche $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ist das reelle lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y + \lambda z &= \mu \\ x + \lambda y + z &= \mu \\ \lambda x + y + z &= \mu \end{aligned}$$

lösbar? Bestimmen Sie alle Lösungsmengen in Abhängigkeit von λ und μ .

Aufgabe 3

Im \mathbb{R}^3 seien folgende drei Ebenen gegeben:

$$E_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 4y + 5z = 8\}$$

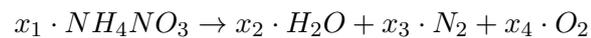
$$E_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3x + 7y - z = 3\}$$

$$E_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -x - 15y + 11z = \alpha\}$$

Bestimmen Sie für $\alpha = 13$ und $\alpha = 14$ jeweils die Gestalt der Punktemengen $E_1 \cap E_2 \cap E_3$, und geben Sie an, ob es sich bei dieser Menge um eine Ebene, eine Gerade, einen Punkt oder die leere Menge handelt.

Aufgabe 4

Für die chemische Reaktionsgleichung



sollen die stöchiometrischen Koeffizienten $x_1, \dots, x_4 \in \mathbb{N}$ bestimmt werden. Stellen Sie dazu ein lineares Gleichungssystem auf und lösen Sie es.